Groupe de travail

Modélisation Analytique

Paris, le 29 juin 2017

Plan de l'exposé

1. Problématique
2. Terminologie
3. États de l'art
4. Ambitions

Problématique

- **Problématique** :

« . . ., **il existe une problématique encore insuffisamment traitée** liée à la **cohabitation judicieuse et à la cohérence des diverses modèles** et les méthodes de leur résolution, ainsi qu'à la **quantité CPU qu'on estime raisonnable dans une optique d'optimisation du dimensionnement du système**."

Document de Prospective 2012, GdR SEEDS, **Méthodes et méthodologies**, page 24

Terminologie

Modèles légers pour le dimensionnement

Modélisation analytique

Recherche d'une solution formelle exacte des équations de Maxwell par une simplification de la géométrie

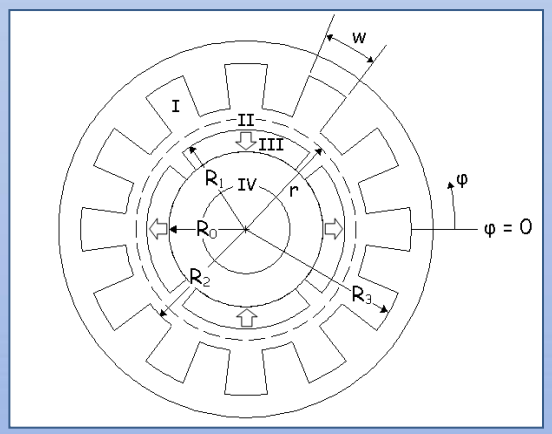
Modélisation semi-analytique ou semi-numérique

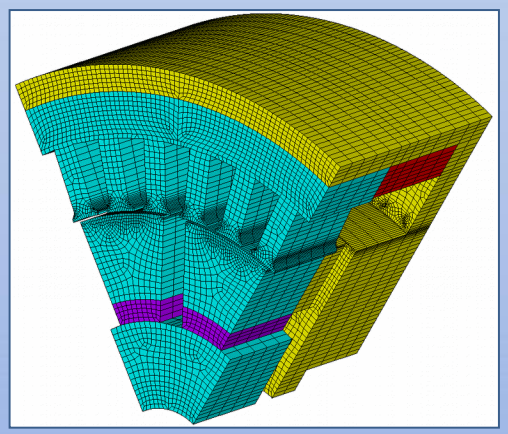
Approximation de la solution couplée à une discrétisation de la géométrie

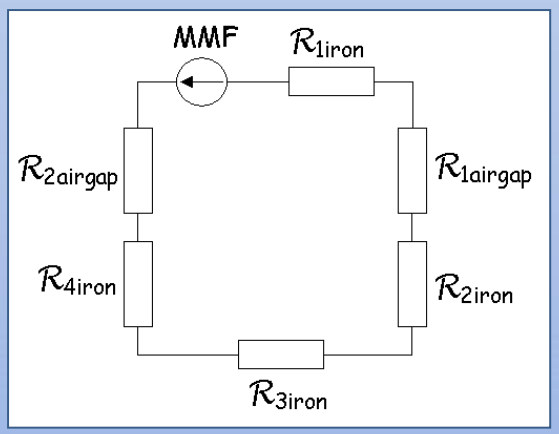
Etat de l'art

Trois approches de modélisation sont utilisées pour le dimensionnement des machines électriques :

- ✓ les **méthodes analytiques**
- ✓ les **méthodes numériques** (méthode des éléments finis)
- ✓ les **méthodes semi-numériques** (réseaux de perméances)

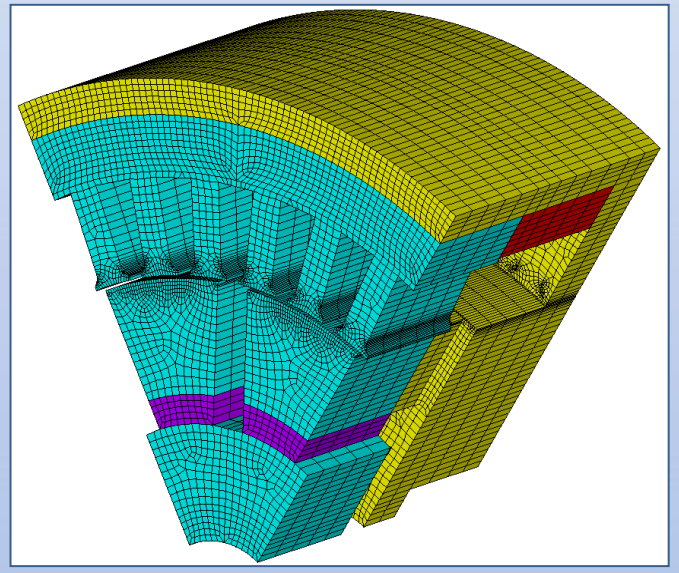






Etat de l'art

Méthode des éléments finis (MEF)



Maillage EF 3D

Avantages

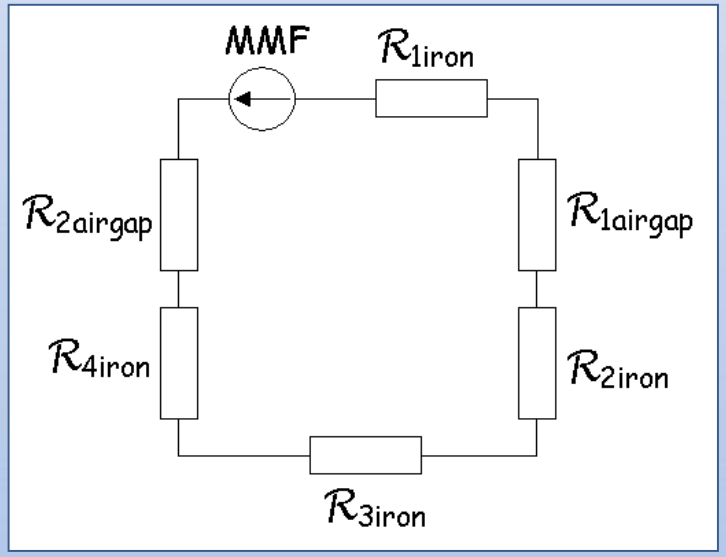
- Méthode générique
- Permet de tenir compte des non-linéarités des matériaux
- Bonne concordance avec l'expérience si effectuée dans les règles

Inconvénients

- Temps de calculs relativement longs

Etat de l'art

Réseaux de perméances classiques (RPC)



Réseau de perméances (réluctances)

Avantages

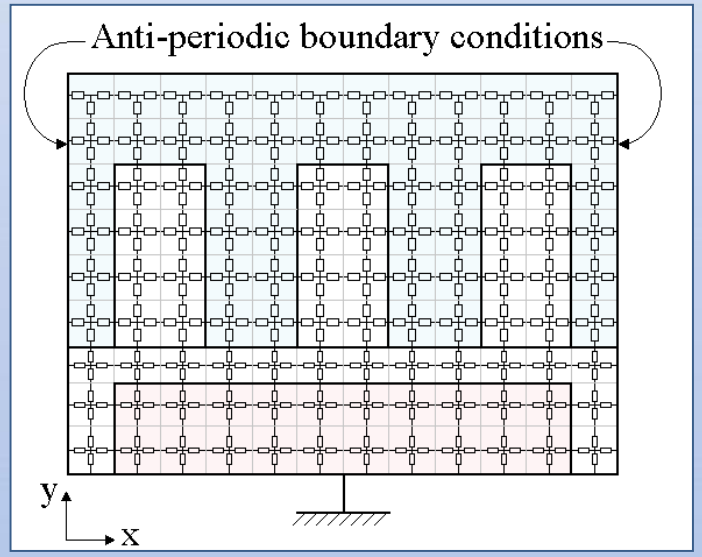
- Permet de tenir compte des non-linéarités des matériaux
- Temps de calculs plus courts qu'avec la méthode des éléments finis

Inconvénients

- Pas si générique que la méthode des éléments finis

Etat de l'art

Réseaux de perméances maillés (RPM)



Réseau de perméances maillé

Avantages

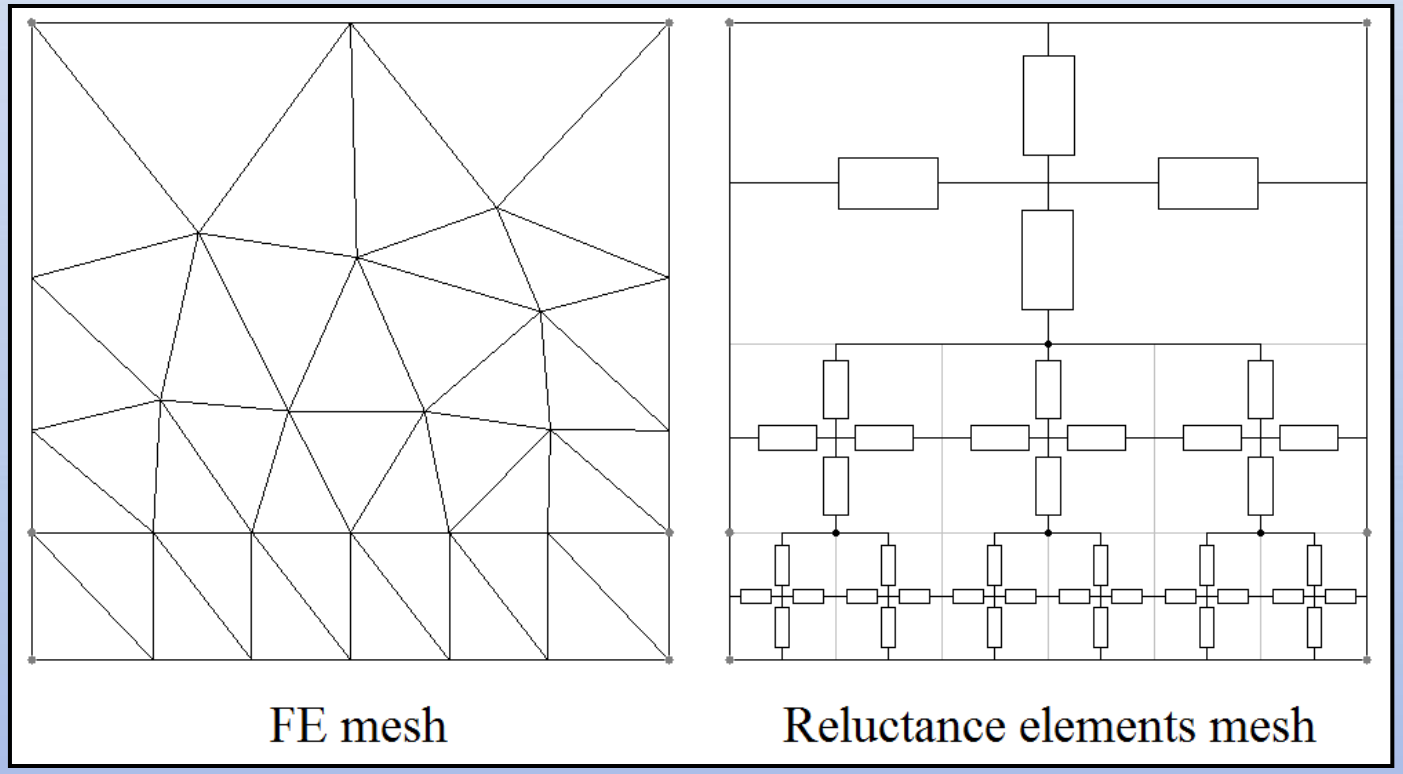
- Permet de tenir compte des non-linéarités des matériaux
- Méthode générique

Inconvénients

- Nécessite un maillage fin de l'entrefer

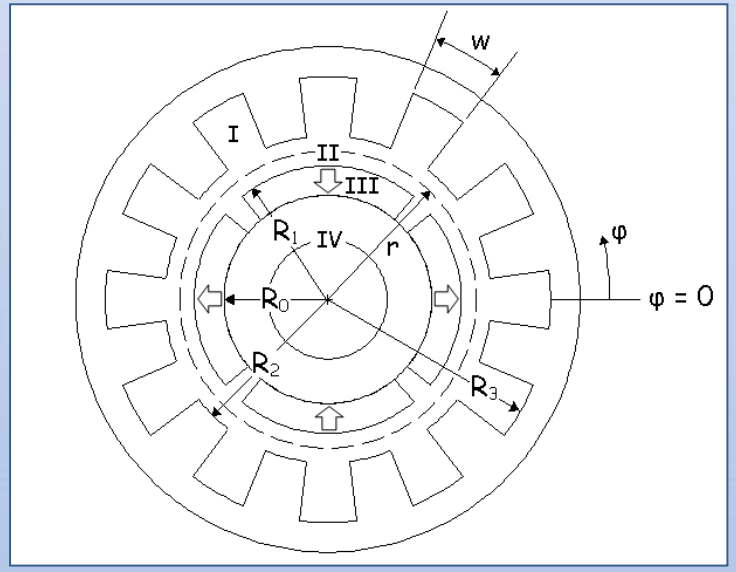
Etat de l'art

Réseaux de perméances maillés (RPM)



Etat de l'art

Modèles analytiques (MA)



Géométrie idéalisée d'une machine tournante à flux radial

Avantages

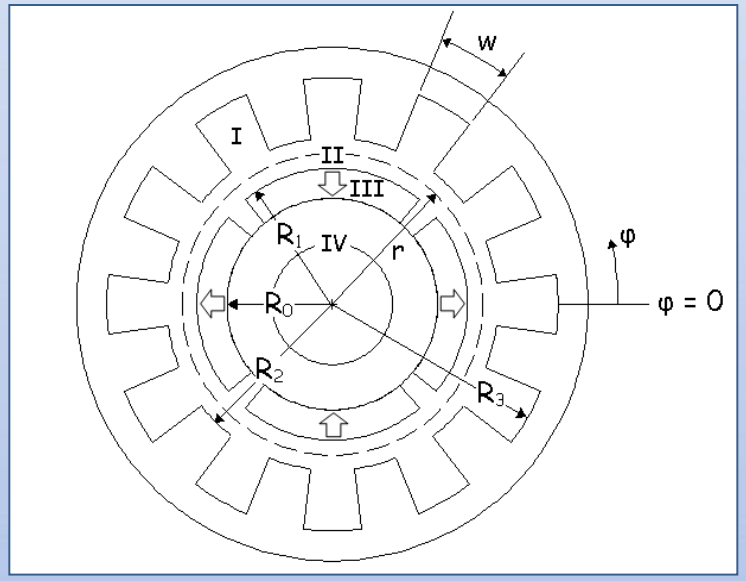
- Méthode générique
- Temps de calculs plus courts que la méthode des éléments finis

Inconvénients

- Pas de prise en compte de la saturation magnétique
- Idéalisation des géométries

Etat de l'art

Modèles analytiques (MA)

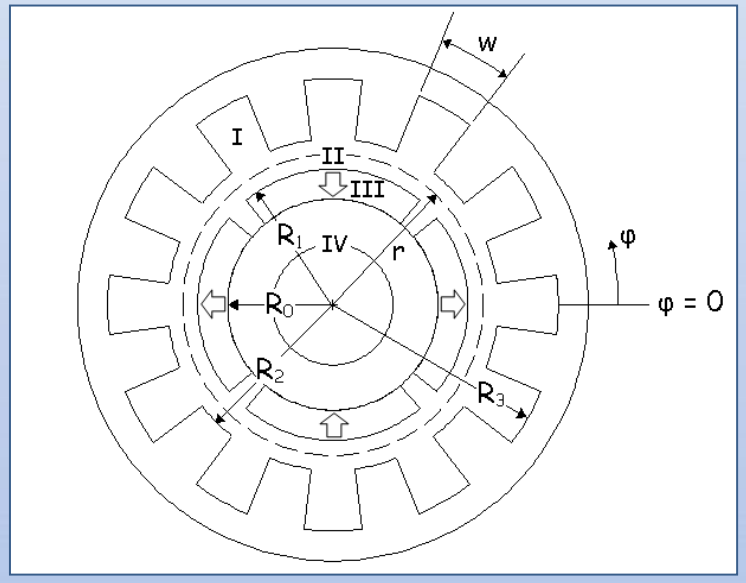


La solution analytique du champ magnétique est établie en se basant sur les hypothèses principales suivantes :

- Le fer stator et le fer rotor ont une perméabilité infinie (pas de saturation magnétique).
- La longueur axiale de la machine est infinie.

Etat de l'art

Modèles analytiques (MA)



Régions de résolution

$$\begin{cases} \nabla^2 A = -\mu_0 J, & \text{dans la région I} \\ \nabla^2 A = 0, & \text{dans les régions II and IV} \\ \nabla^2 A = -\mu_0 \nabla \times M, & \text{dans la région III} \end{cases}$$

Le potentiel vecteur magnétique **A** ne possède qu'une composante Az.

Etat de l'art

Modèles analytiques (MA)

- Les composantes du vecteur magnétisation sont exprimées en utilisant les séries de Fourier :

$$\begin{cases} M_r = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(M_{r1n} \cos(m_n \varphi) + M_{r2n} \sin(m_n \varphi) \right) \\ M_\varphi = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(M_{\varphi 1n} \cos(m_n \varphi) + M_{\varphi 2n} \sin(m_n \varphi) \right) \end{cases}$$

où $m_n = n \times \lambda$, avec λ = pgcd(N_s, p).

- La solution générale, pour une région donnée, peut être exprimée comme suit

$$A_z = a_0 + A_{ps}(r,\varphi) + \sum_{n=1}^{+\infty} \begin{bmatrix} \left(a_{1n} r^{m_n} + a_{2n} r^{-m_n} \right) \cos(m_n \varphi) \\ + \left(a_{3n} r^{m_n} + a_{4n} r^{-m_n} \right) \sin(m_n \varphi) \end{bmatrix}$$

Etat de l'art

Modèles analytiques (MA)

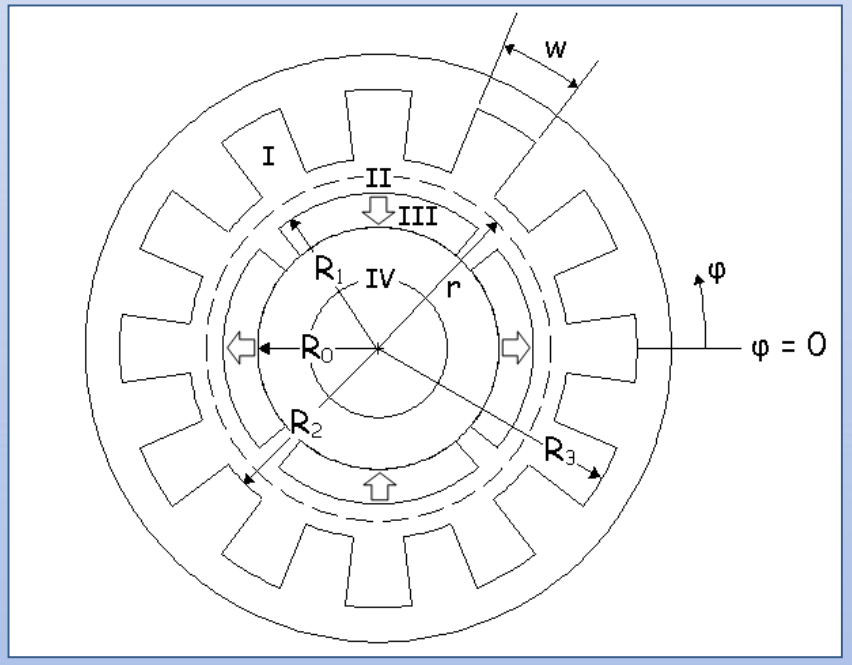
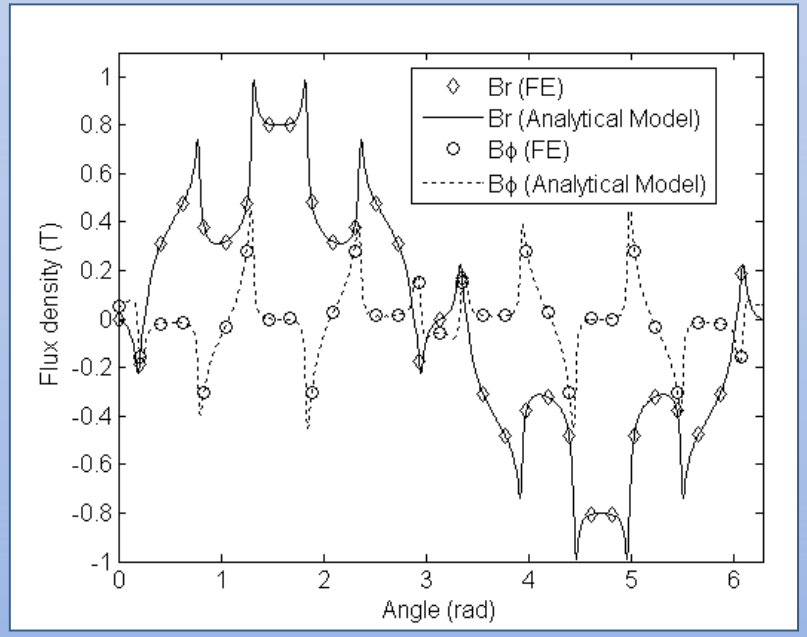


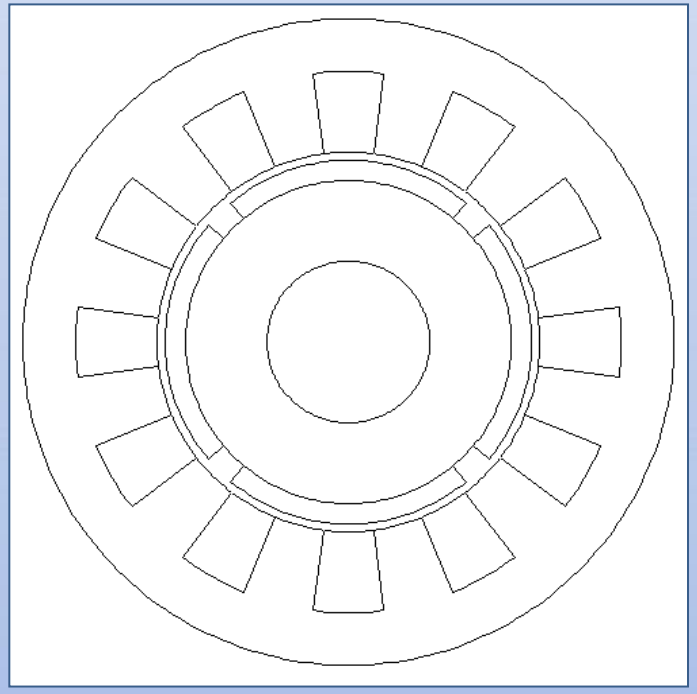
TABLE I – MACHINES PARAMETERS

Poles number	2
Slots number	6
Magnets distribution	Parallel
R_0, R_1, R_2 and R_3 (mm)	50, 58, 60 and 84
w (rad)	π / 6

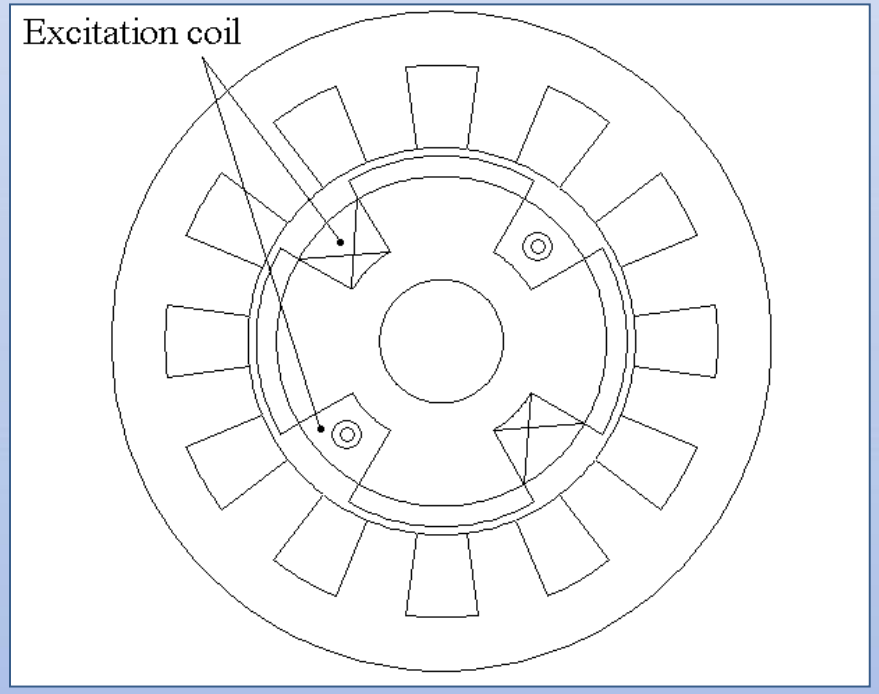


Etat de l'art

Modèles analytiques (MA)



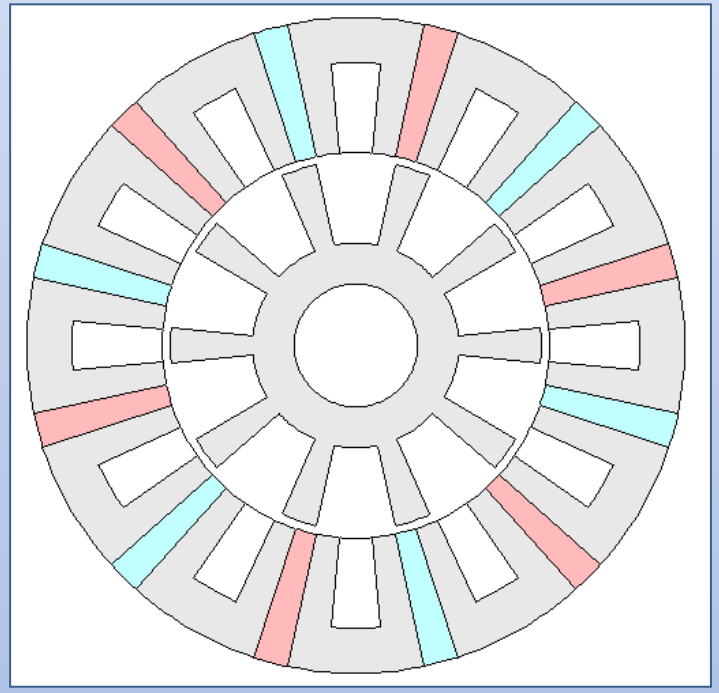
Machine à aimants en surface



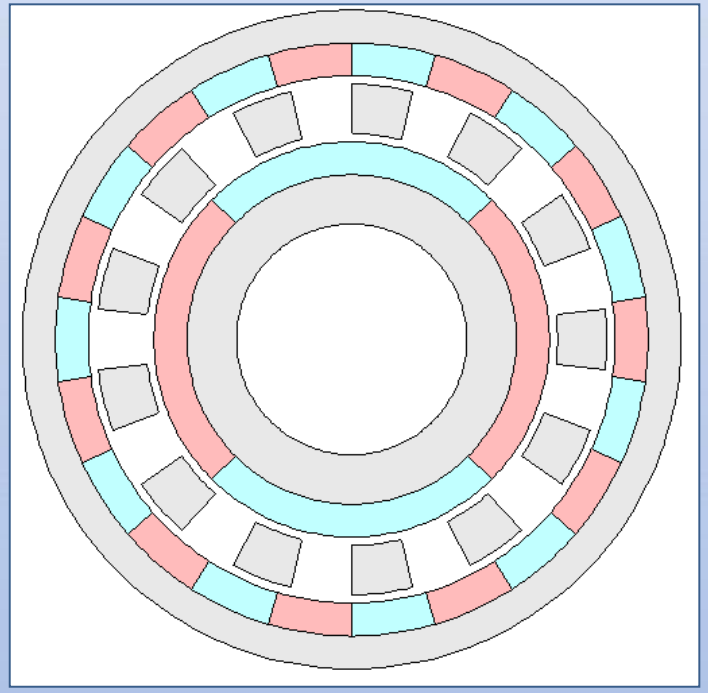
Machine à double excitation série

Etat de l'art

Modèles analytiques (MA)



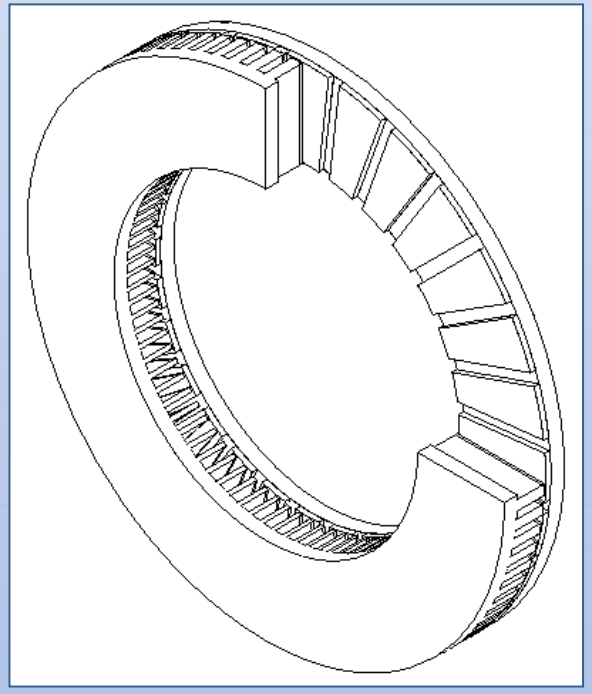
Machine à commutation de flux



Engrenage magnétique

Etat de l'art

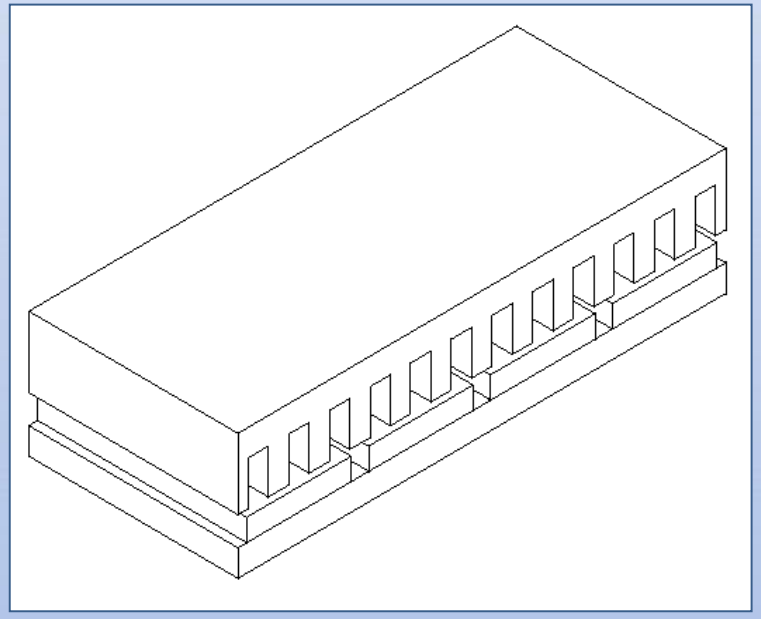
Modèles analytiques (MA)



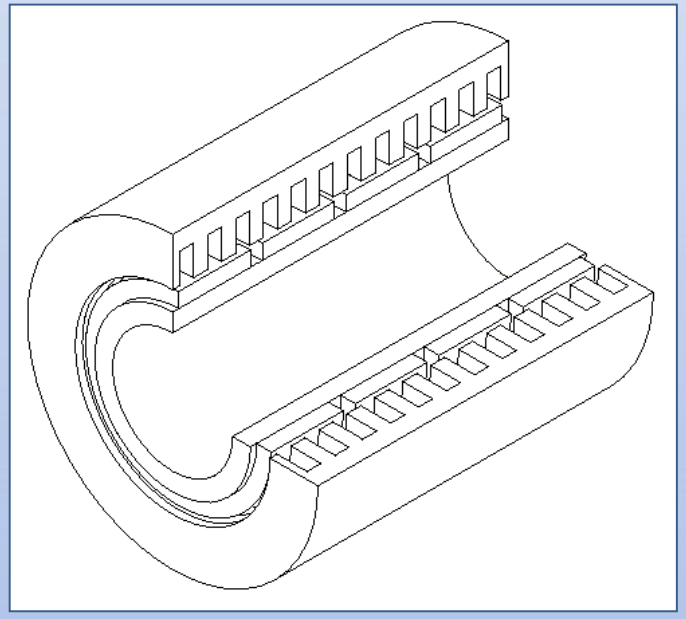
Machine à flux axial

Etat de l'art

Modèles analytiques (MA)



Machine linéaire plane



Machine linéaire tubulaire

Etat de l'art

Modèles analytiques (MA)
Implantation numérique

$$[A]\cdot[X]=[B]$$

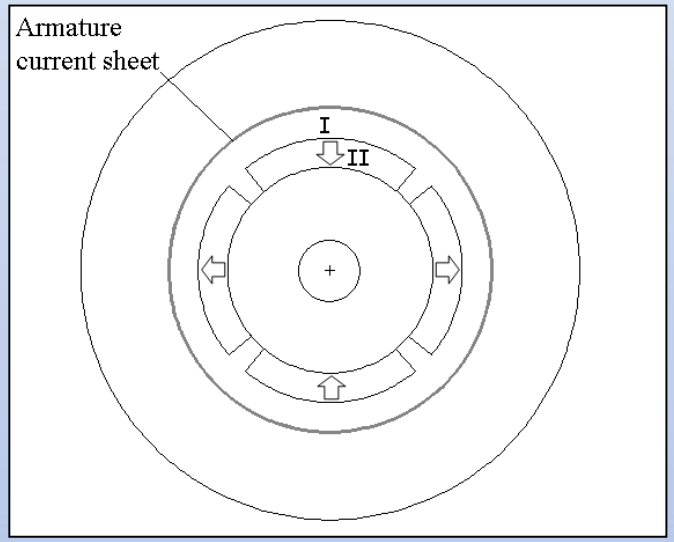
[A] (N_H x N_H) est la matrice topologique, dont les éléments dépendent des caractéristiques géométriques des différentes régions où la solution est recherchée.

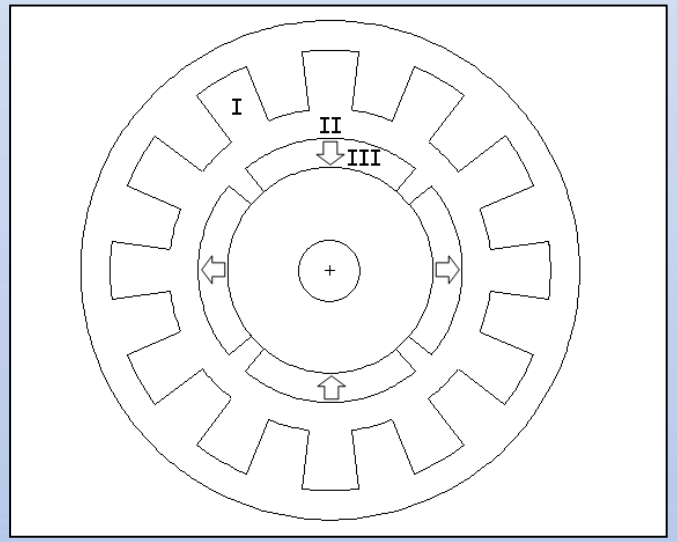
[B] (N_H x 1) est le vecteur source, dont les éléments dépendent des caractéristiques géométriques et physiques des sources de flux magnétiques.

[X] (N_H x 1) est le vecteur des coefficients inconnus.

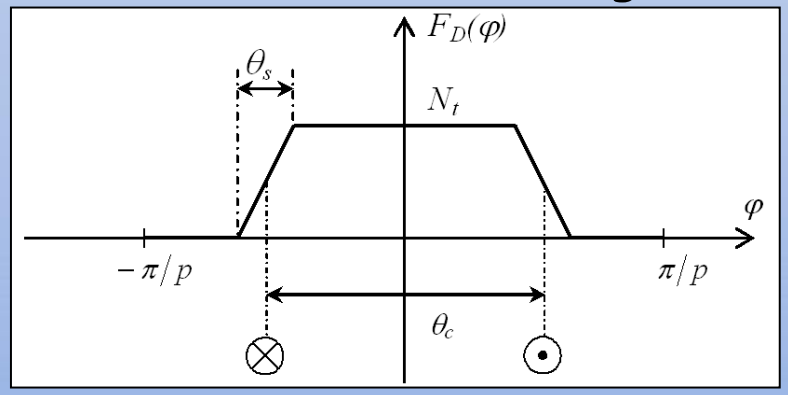
Etat de l'art

Calcul des grandeurs globales (FEM)





Fonction de bobinage

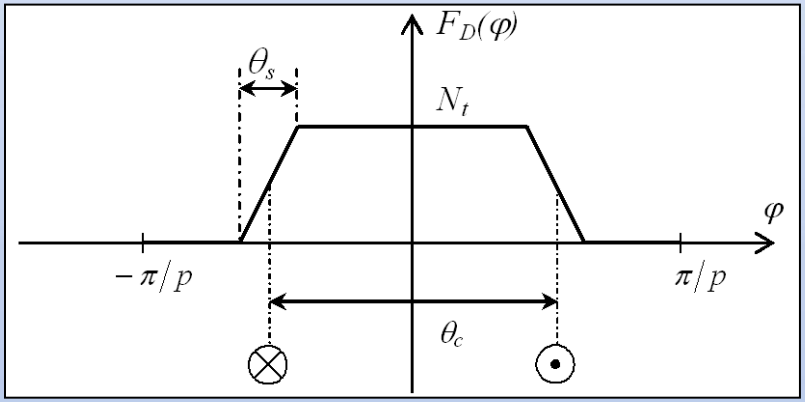


Utilisation du potentiel vecteur magnétique et du théorème de Stokes

$$\Phi_l = \frac{p}{\left(R_3^2 - R_2^2\right) w/2} \left[\iiint A_z^{(I,i)}{}_z dv - \iiint A_z^{(I,i+3)} dv \right]$$

Etat de l'art

Calcul des grandeurs globales (Inductances)



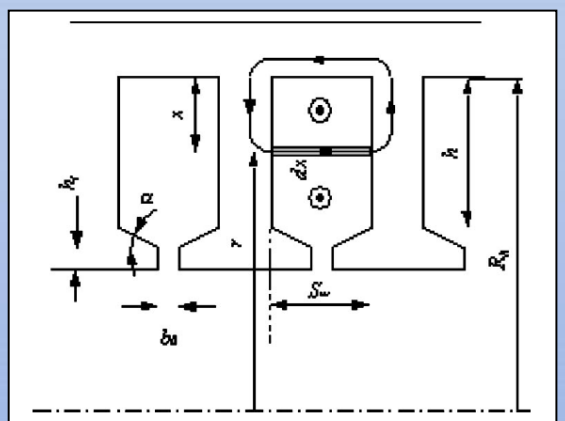
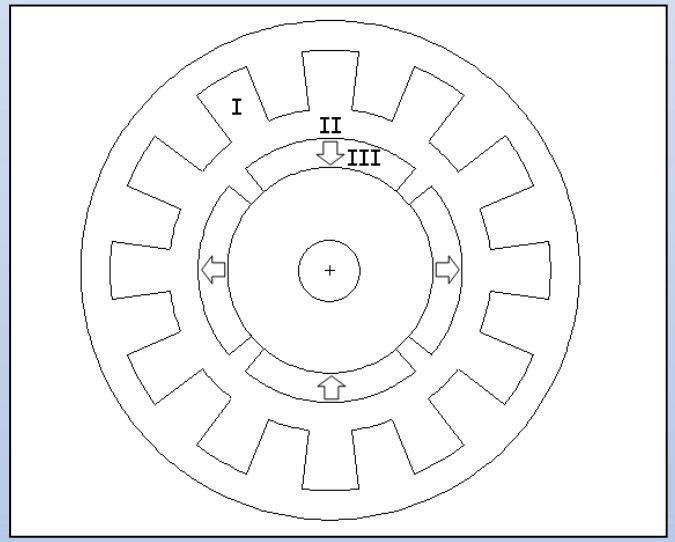


FIG. 4. Slot-leakage model.



Utilisation du potentiel vecteur magnétique et du théorème de Stokes

$$\Phi_l = \frac{p}{\left(R_3^2 - R_2^2\right) w/2} \left[\iiint A_z^{(I,i)}{}_z dv - \iiint A_z^{(I,i+3)} dv \right]$$

Etat de l'art

Calcul des grandeurs globales (Efforts)

Méthode du tenseur de Maxwell

Calcul des forces dans une machine linéaire plane

$$\begin{cases} F_x = \dfrac{1}{\mu_0}\displaystyle\int_0^{L_t} B_y^{(II)}(x,y_1)\, B_x^{(II)}(x,y_1)\, dx \\ F_y = \dfrac{1}{2\mu_0}\displaystyle\int_0^{L_t} \left(B_y^{(II)^2}(x,y_1) - B_x^{(II)^2}(x,y_1) \right) dx \end{cases}$$

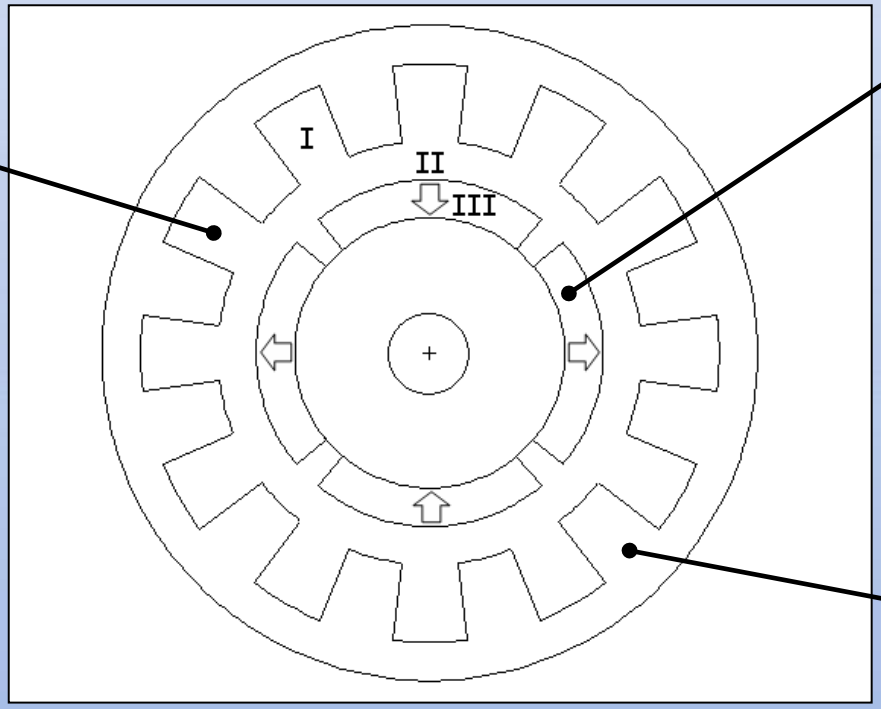
Calcul du couple dans les machines tournantes à flux radial

$$\Gamma = \frac{L_a R_1^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_r^{(II)}(\varphi, R_1) B_\varphi^{(II)}(\varphi, R_1) d\varphi$$

Etat de l'art

Calcul des grandeurs globales (Pertes)

Pertes dans les enroulements de l'induit



Pertes dans les aimants

Pertes fer

Etat de l'art

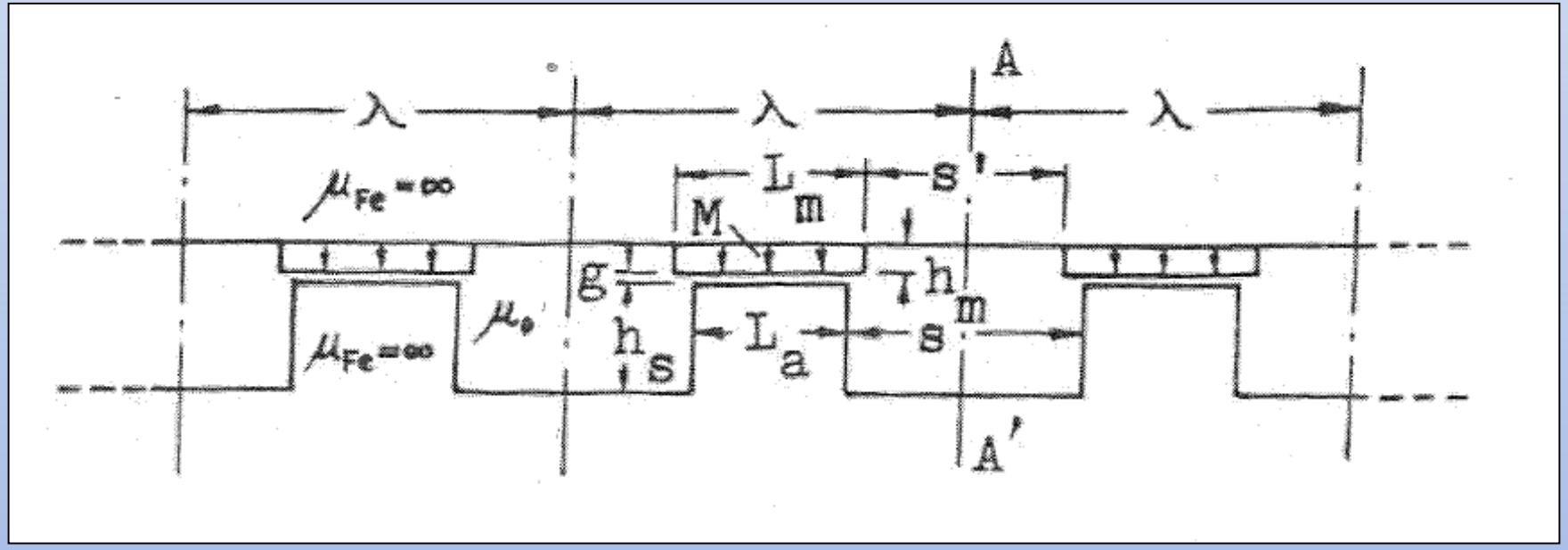
Modèles analytiques (MA)

- ✓ Les modèles analytiques peuvent également servir à:
- Estimation du risque de démagnétisation des aimants
- Modélisation des défauts
- Estimation des forces d'excitation engendrant des vibrations et du bruit
- … etc
- ✓ La tendance actuellement est de réduire le nombre des hypothèses simplificatrices (géométries plus réalistes, prise en compte de la saturation magnétique)
- ✓ Les modèles analytiques sont intéressants pour mener des études paramétriques et des études de dimensionnement optimal

Etat de l'art

MA : Géométries plus réalistes

Effets de bords longitudinaux dans les machines à aimants permanents

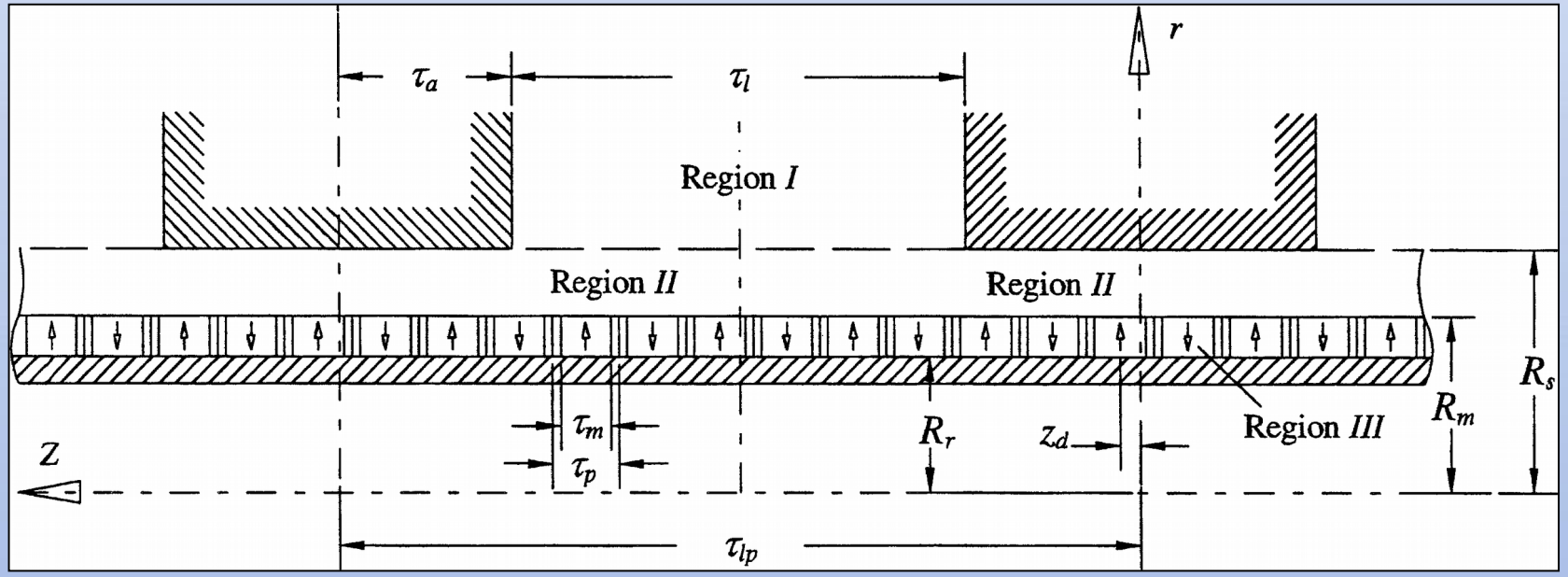


Q. Gu and H. Gao, "The fringing effect in PM electric machines," *Elect. Mach. Power Syst.*, vol. 11, pp. 159–169, 1986.

Etat de l'art

MA : Géométries plus réalistes

Effets de bords longitudinaux dans les machines linéaires tubulaires à aimants permanents

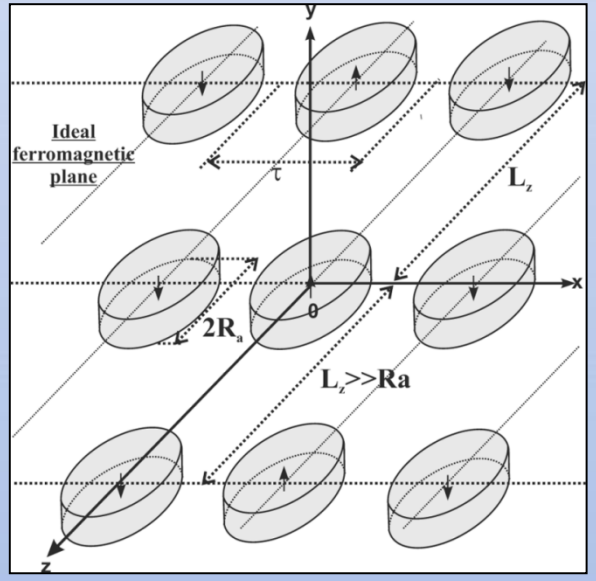


J. Wang, D. Howe and G. Jewell, "Fringing in tubular permanent-magnet machines: Part I. Magnetic field distribution, flux linkage, and thrust force," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 39, no. 6, pp. 3507-3516, November 2003.

Etat de l'art

MA : Géométries plus réalistes

Effets de bords longitudinaux et transversaux dans les machines linéaires à aimants permanents

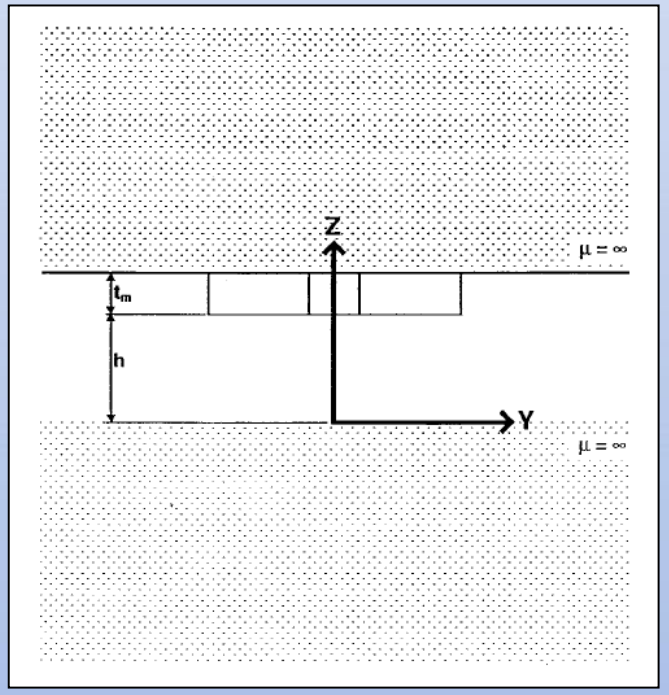


O. De la Barrière, S. Hlioui, H. Ben Ahmed, M. Gabsi and M. LoBue, "Three-dimensional analytical modeling of a permanent-magnet linear actuator with circular magnets," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 9, pp. 3608-3616, September 2010.

Etat de l'art

MA : Géométries plus réalistes

Effets 3D dans les machines à flux axial



E. P. Furlani and M. A. Knewtson, "A three-dimensional field solution for permanent-magnet axial-field motors," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, no. 3, pp. 2322–2325, May 1997.

Etat de l'art

MA : Géométries plus réalistes

Effets 3D dans les machines à flux axial

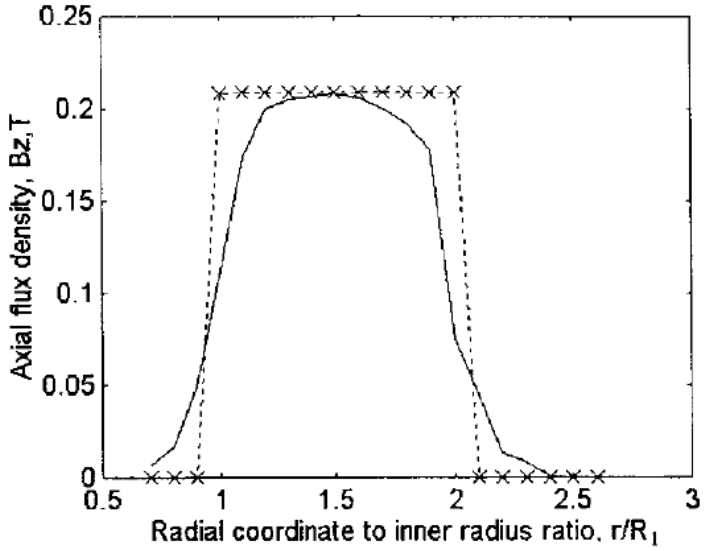


Fig. 4. Axial flux density versus radial coordinate: broken line with "x" = 2-D model (7), solid line = 3-D model (8).

Y. N. Zhilichev, "Three-dimensional analytic model of permanent magnet axial-flux machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 6, pp. 3897–3901, November 1998.

Etat de l'art

MA : Géométries plus réalistes

Effets 3D dans les machines à flux axial

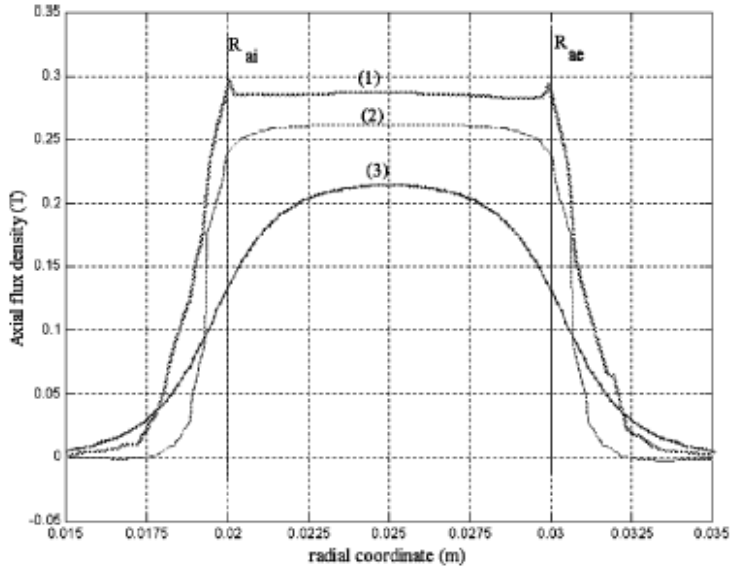


Fig. 4. Axial flux density versus radial coordinate for e = 1 (1) mm, 2 mm (2), and 4 mm (3).

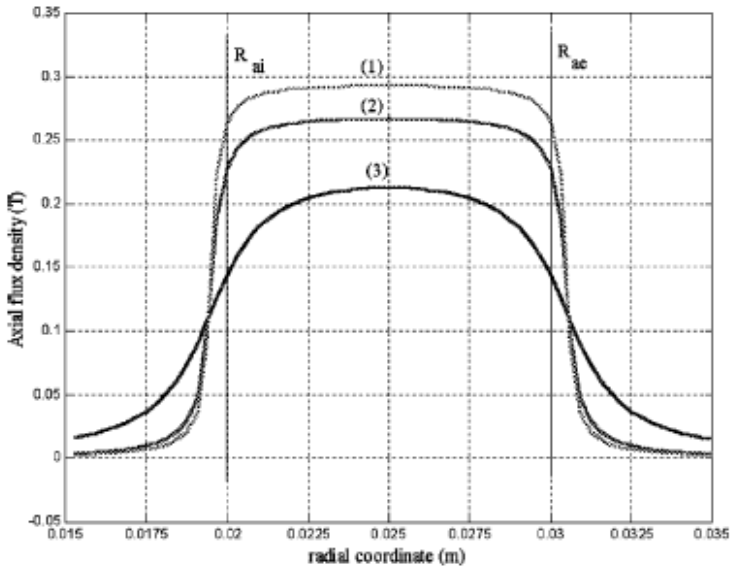


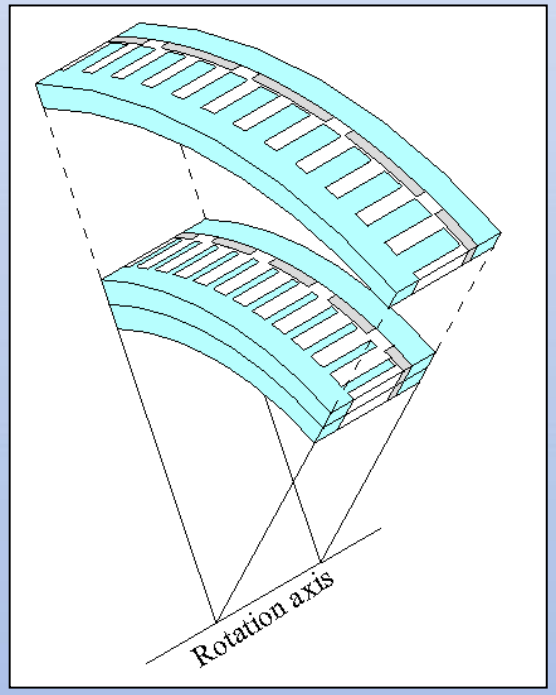
Fig. 5. Axial flux density versus radial coordinate for e = 1 mm (1), 2 mm (2), and 4 mm (3).

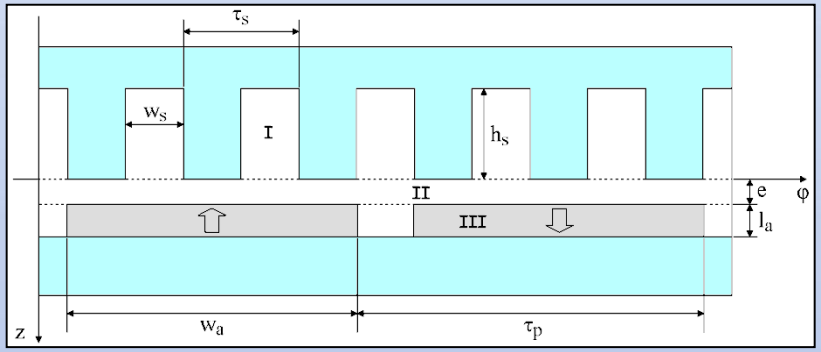
J. Azzouzi, G. Barakat and B. Dakyo, "Quasi-3-D analytical modeling of the magnetic field of an axial flux permanent-magnet synchronous machine," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 20, no. 4, pp. 746–752, December 2005.

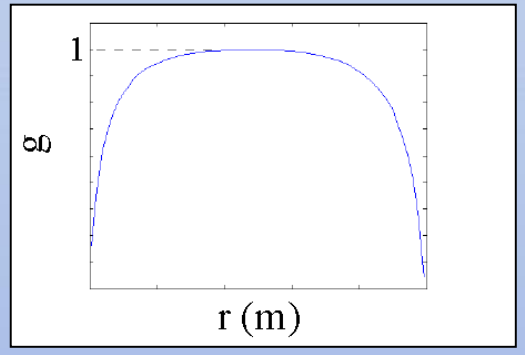
Etat de l'art

MA : Géométries plus réalistes

Effets 3D dans les machines à flux axial



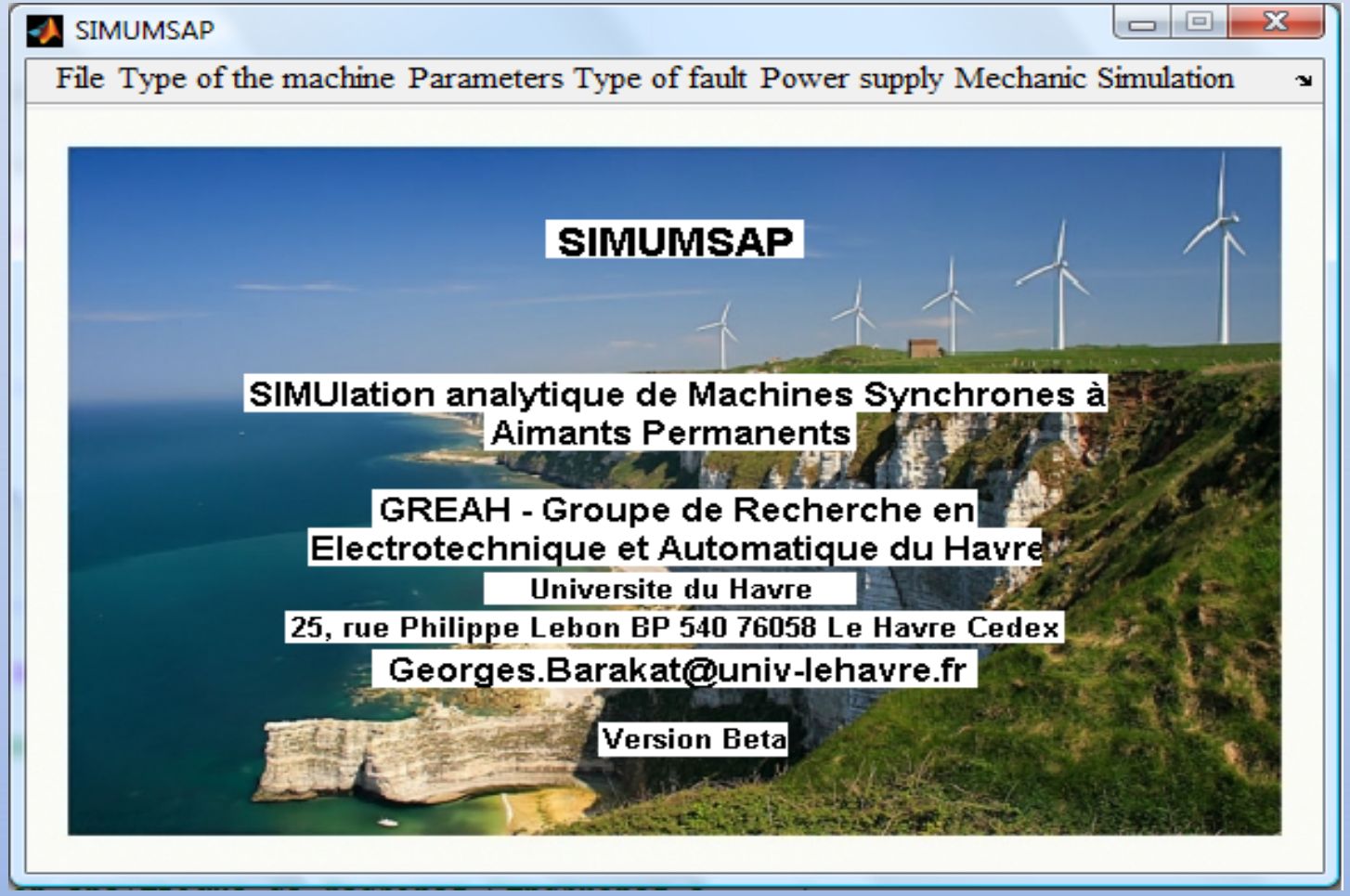




H. Tiegna, Y. Amara, and G. Barakat, "A New Quasi-3D Analytical Model of Axial Flux Permanent Magnets Machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, February 2014.

Etat de l'art

MA : Capitalisation au GREAH



Etat de l'art

Modèles hybrides (saturation magnétique)

- ✓ Couplage direct de modèles analytiques avec la méthode des éléments finis
- ✓ Couplage indirect de modèles analytiques avec des réseaux de perméances
- ✓ Couplage direct de modèles analytiques avec des réseaux de perméances

Etat de l'art

Couplage direct MA / MEF

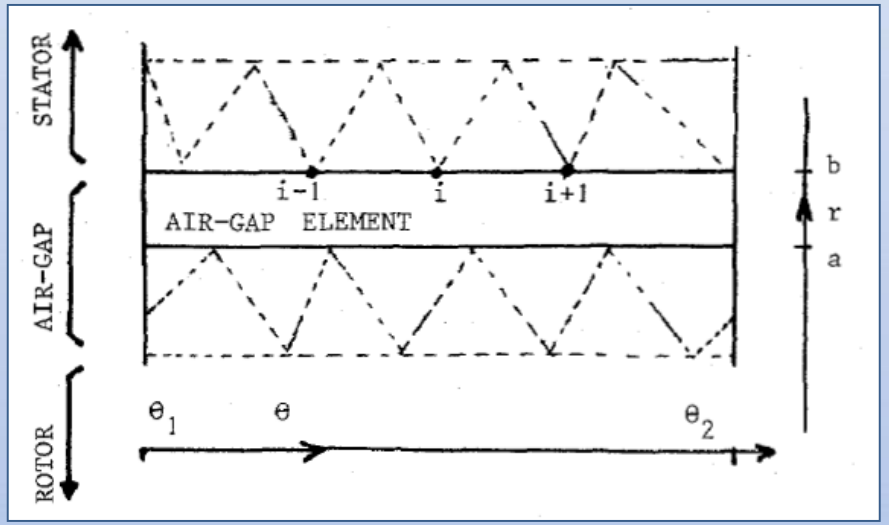


Figure tirée de [1]

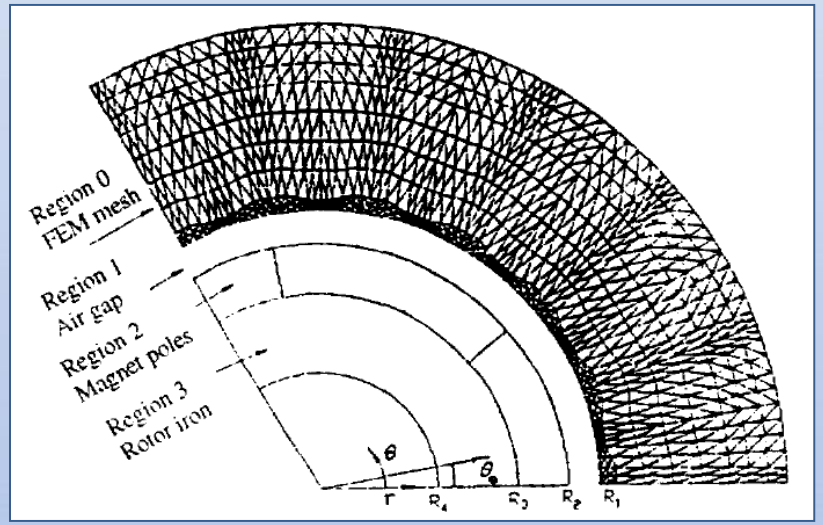


Figure tirée de [2]

[1] A. A. Abdel-Razek, J. L. Coulomb, M. Feliachi and J. C. Sabonadière, "The calculation of electromagnetic torque in saturated electric machines with combined numerical and analytical solution of the field equations," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 17, no. 6, pp. 3250-3252, November 1981.

[2] Z. J. Liu, C. Bi, H. C. Tan and T. S. Low, "A combined numerical and analytical approach for magnetic field analysis of permanent magnet machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 31, no. 3, pp. 1372-1375, May 1995.

Etat de l'art

Couplage indirect MA / RPC

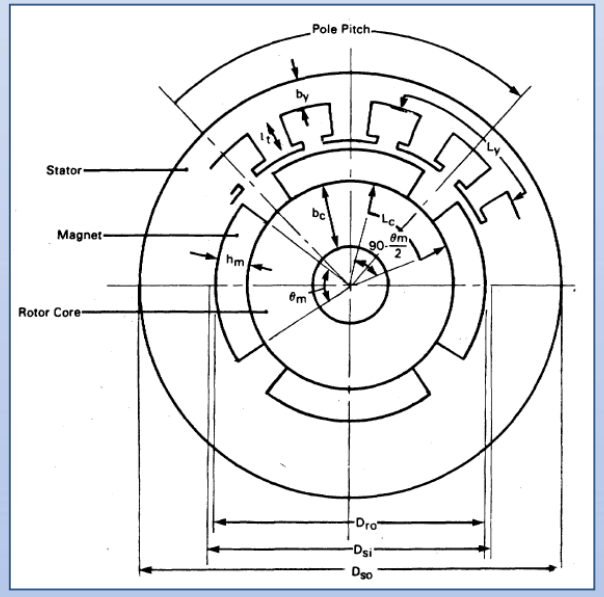


Figure tirée de [3]

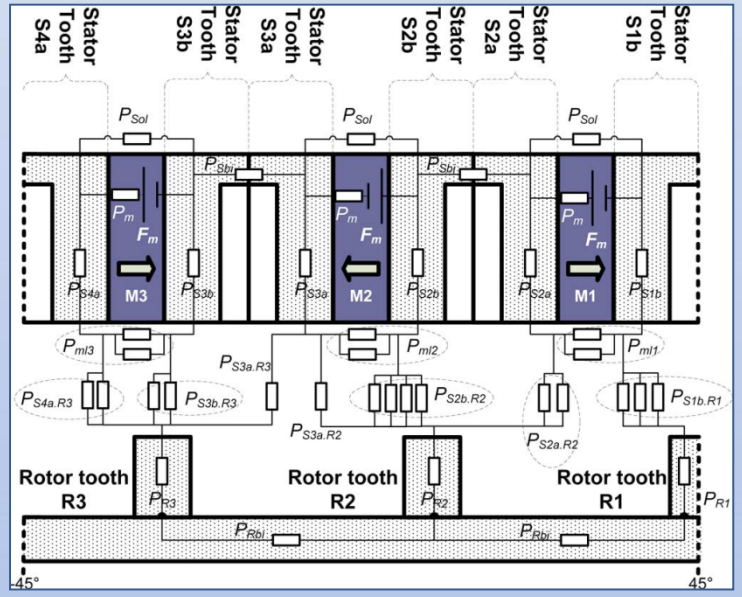


Figure tirée de [4]

[3] N. Boules, "Two-dimensional field analysis of cylindrical machines with permanent magnet excitation," *IEEE Trans. Ind. Applications*, vol. 20, no. 5, pp. 1267-1277, September/October 1984.

[4] E. Ilhan, B. L. J. Gysen, J. J. H. Paulides and E. A. Lomonova, "Analytical hybrid model for flux switching permanent magnet machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 6, pp. 1762–1765, June 2010.

Etat de l'art

Couplage direct MA / RPM

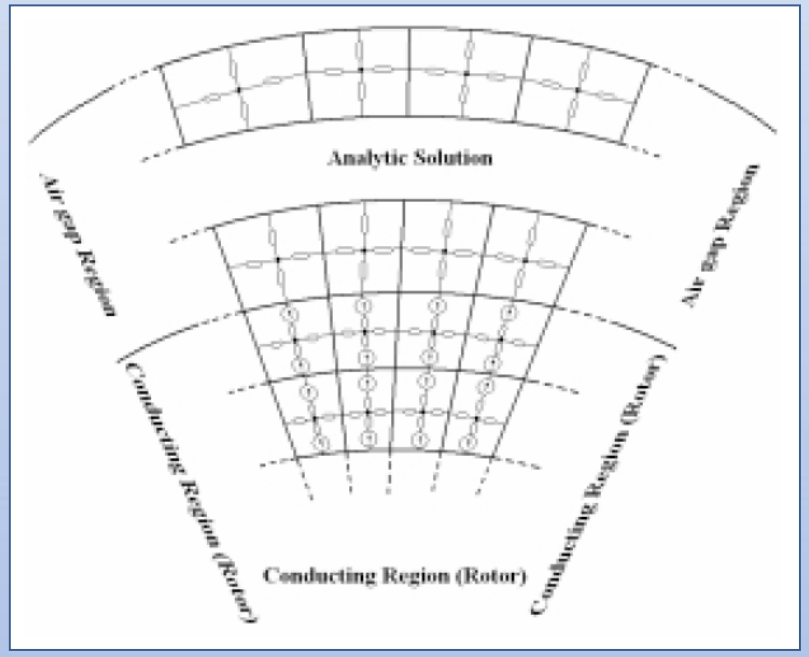
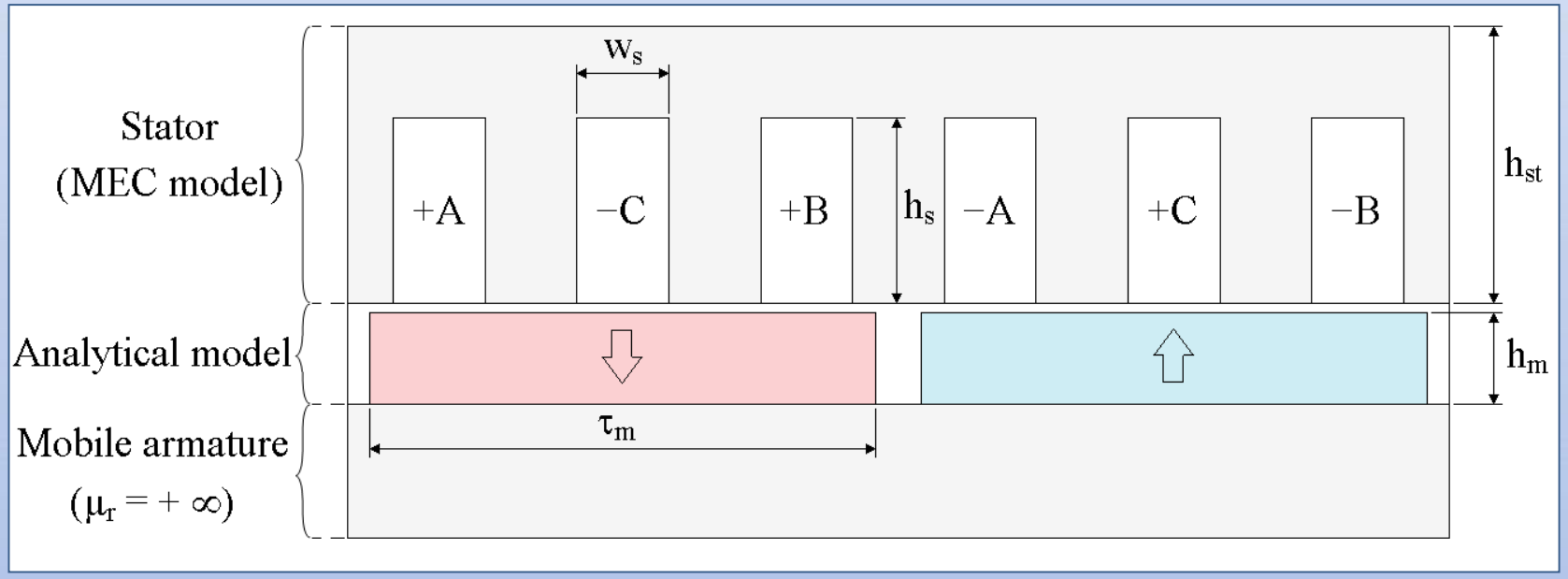


Figure tirée de [5]

[5] Hooshang Ghoizad, Mojtaba Mirsalim, Mehran Mirzayee and Weiying Cheng, "Coupled magnetic equivalent circuits and the analytical solution in the air-gap of squirrel cage induction machines," International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics 25 (2007) 749–754, IOS Press.

Etat de l'art

Couplage direct MA / RPM (GREAH)



L'approche développée est illustrée sur un exemple simple : "Modélisation d'une machine linéaire à aimants en surface. Analyse des performances à vide"

Etat de l'art

Modèle analytique

$$\begin{cases} \Delta U = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \nabla \cdot \boldsymbol{M}, & \text{for region } I \\ \Delta U = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0, & \text{for region } II \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_x = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(M_{x1n} \sin\left(n\pi\, x/\tau_p\right) + M_{x2n} \cos\left(n\pi\, x/\tau_p\right) \right) \\ M_y = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(M_{y1n} \sin\left(n\pi\, x/\tau_p\right) + M_{y2n} \cos\left(n\pi\, x/\tau_p\right) \right) \end{cases}$$

Etat de l'art

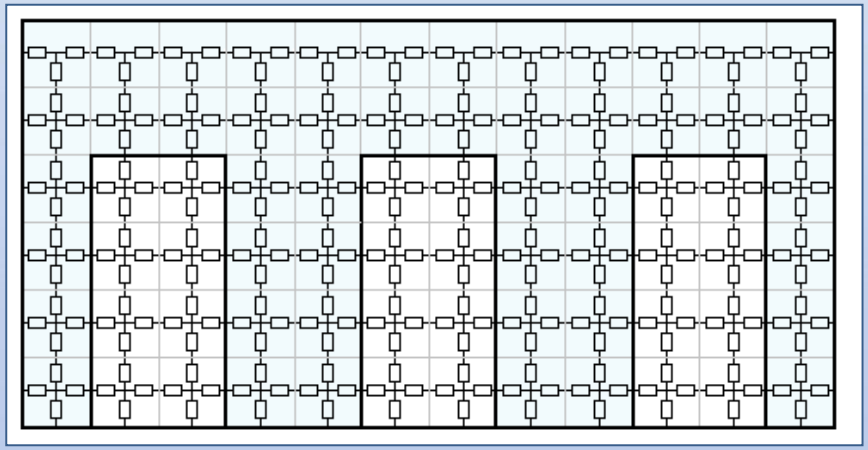
Modèle analytique

$$U^{(i)}(x,y) = a_0^{(i)} + a_1^{(i)}x + a_2^{(i)}y + a_3^{(i)}xy + \sum_{n=1}^{+\infty}\left[\begin{array}{l}\begin{pmatrix} a_{4n}^{(i)}\sinh\left(n\pi\, y/\tau_p\right) \\ + a_{5n}^{(i)}\cosh\left(n\pi\, y/\tau_p\right)\end{pmatrix}\sin\left(n\pi\, x/\tau_p\right) \\ + \begin{pmatrix} a_{6n}^{(i)}\sinh\left(n\pi\, y/\tau_p\right) \\ + a_{7n}^{(i)}\cosh\left(n\pi\, y/\tau_p\right)\end{pmatrix}\cos\left(n\pi\, x/\tau_p\right)\end{array}\right]$$

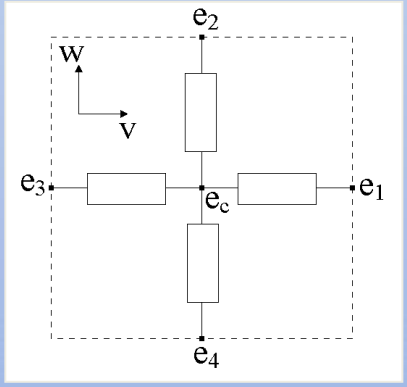
$$\begin{cases} a_{4n}^{II} = a_{4n}^{I} - \left(\tau_p/n\pi\right)M_{y1n}\cosh\left(n\pi\, h_m/\tau_p\right) \\ a_{5n}^{II} = \left(\tau_p/n\pi\right)M_{y1n}\sinh\left(n\pi\, h_m/\tau_p\right) \\ a_{6n}^{II} = a_{6n}^{I} - \left(\tau_p/n\pi\right)M_{y2n}\cosh\left(n\pi\, h_m/\tau_p\right) \\ a_{7n}^{II} = \left(\tau_p/n\pi\right)M_{y2n}\sinh\left(n\pi\, h_m/\tau_p\right) \end{cases}$$

Etat de l'art

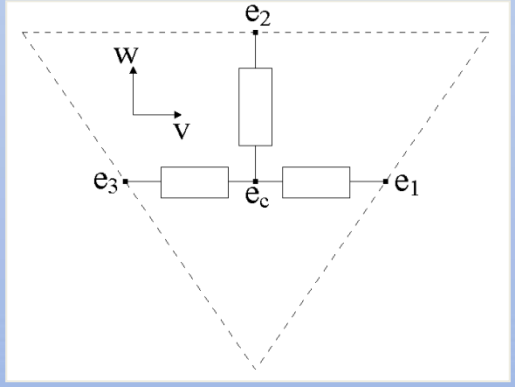
Réseau de perméances maillé



Stator maillé avec des éléments de perméances

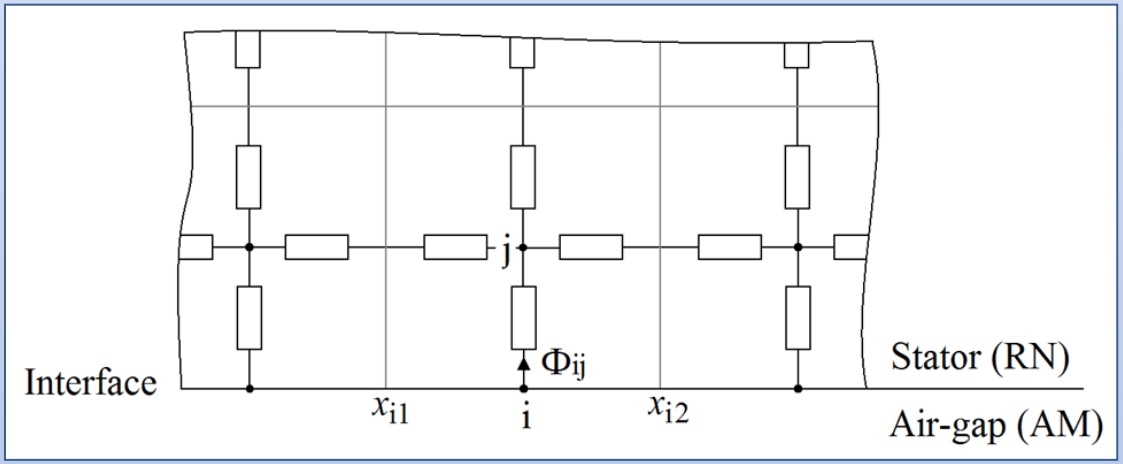


Exemples d'éléments de perméances pour des problèmes 2D



Etat de l'art

Couplage direct



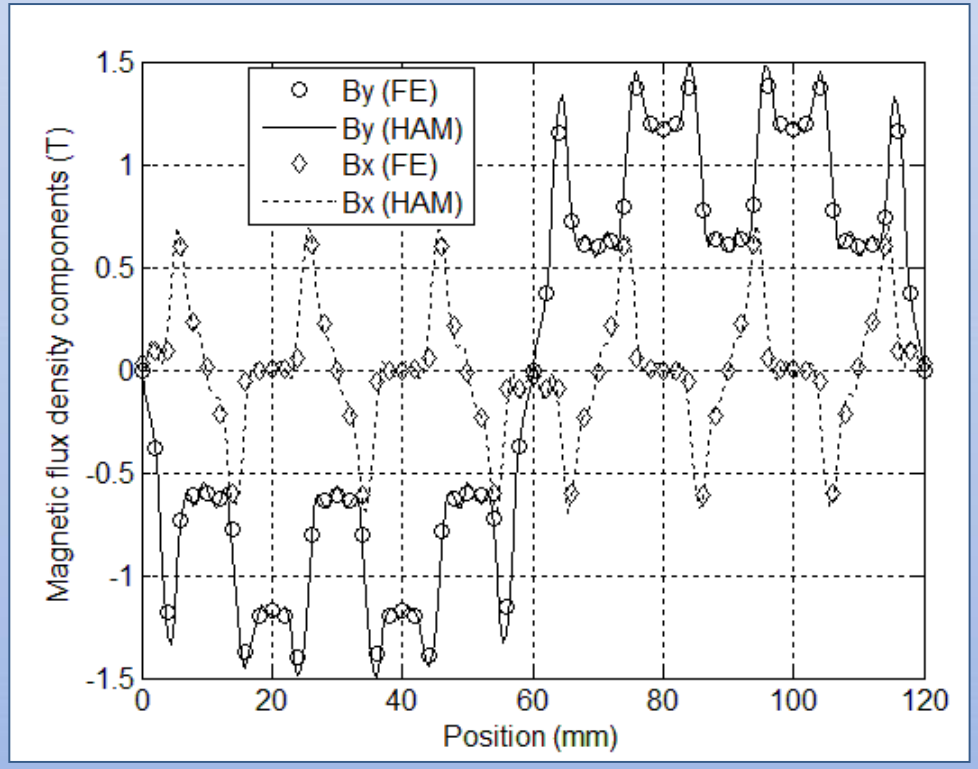
$$U^{II}(x, y = h_m + e) = U^{RN}(x)$$

$$P_{ij}(U_i - U_j) = -\mu_0 \, l_a \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \left. \frac{\partial U^{II}}{\partial y} \right|_{y=h_m+e} dx$$

Etat de l'art

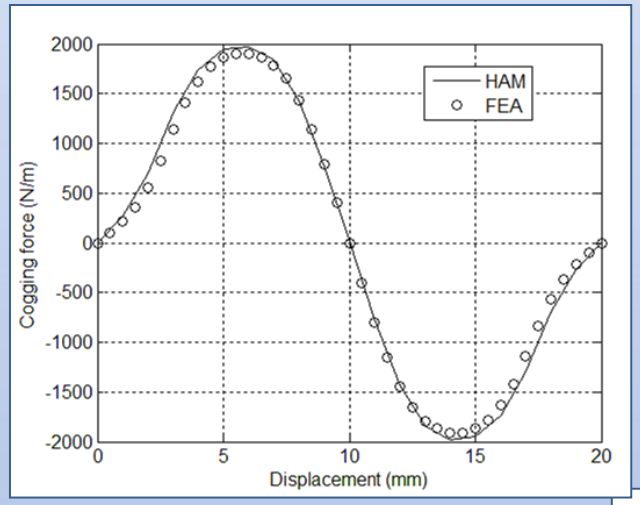
Couplage direct MA / RPM (GREAH)

Exploitation du modèle hybride pour le calcul de grandeurs locales

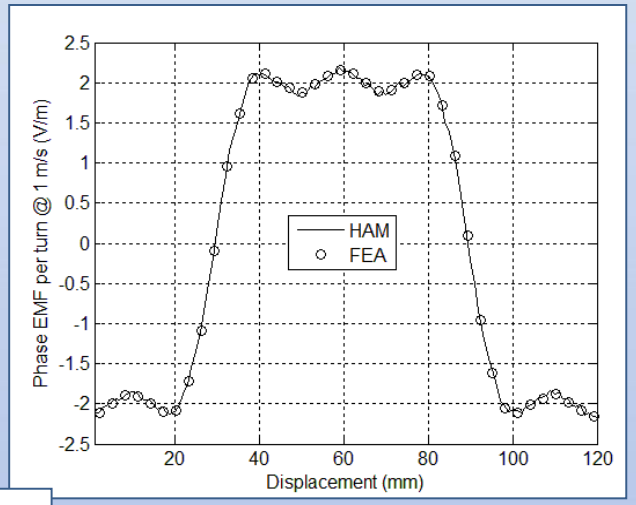


Etat de l'art

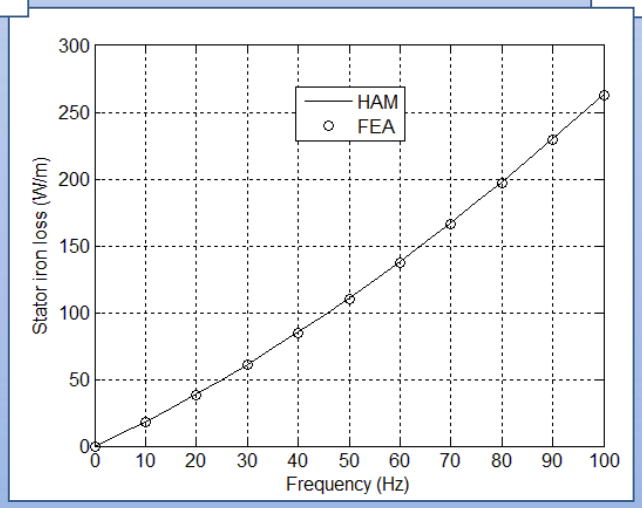
Couplage direct MA / RPM (GREAH)



Force de détente



FEM



Pertes fer au stator

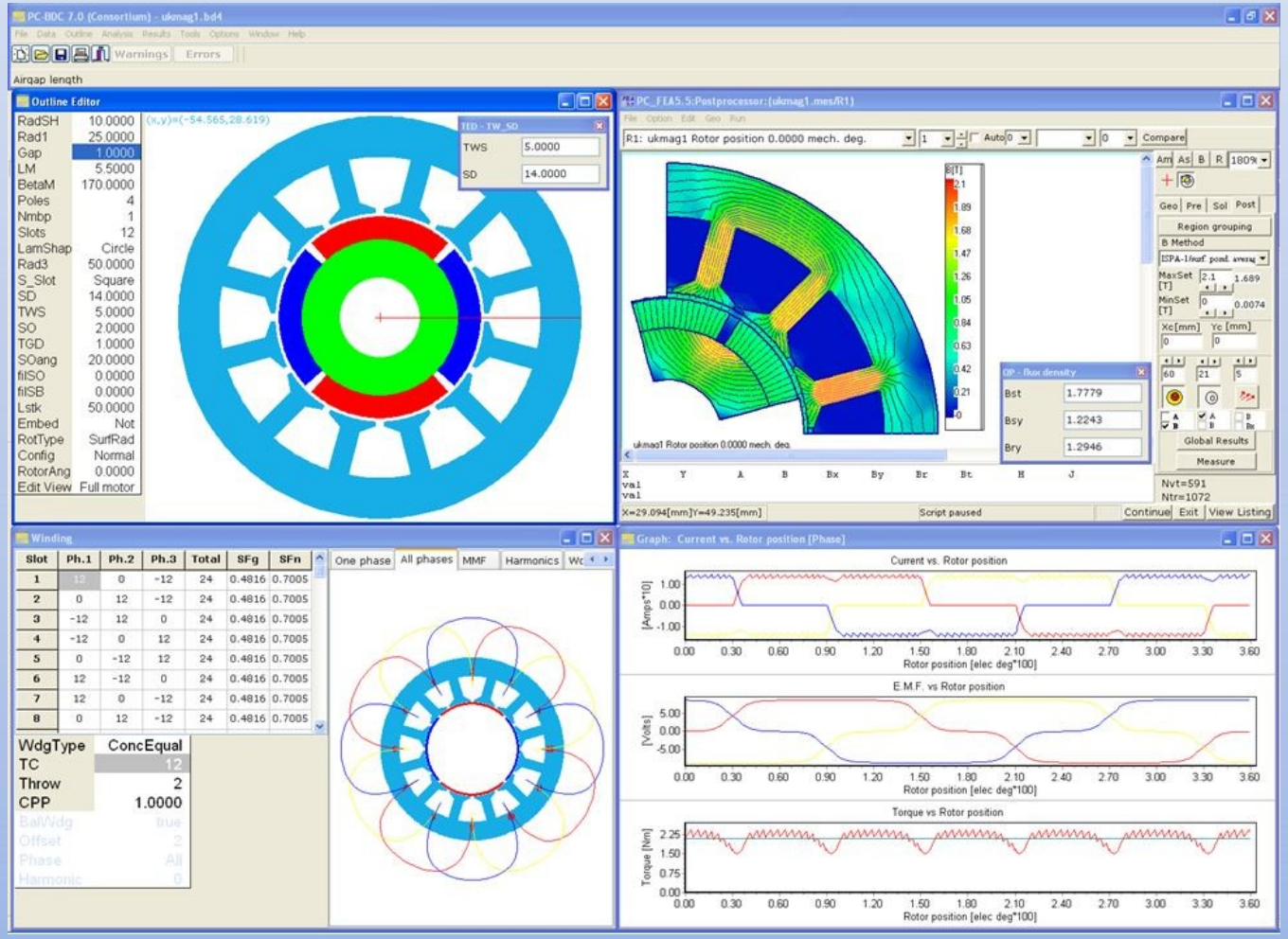
Etat de l'art

Autres techniques

- Méthode des différences finies
- Les transformations conformes
- Méthodes intégrales (méthode des moments magnétiques)
- … etc

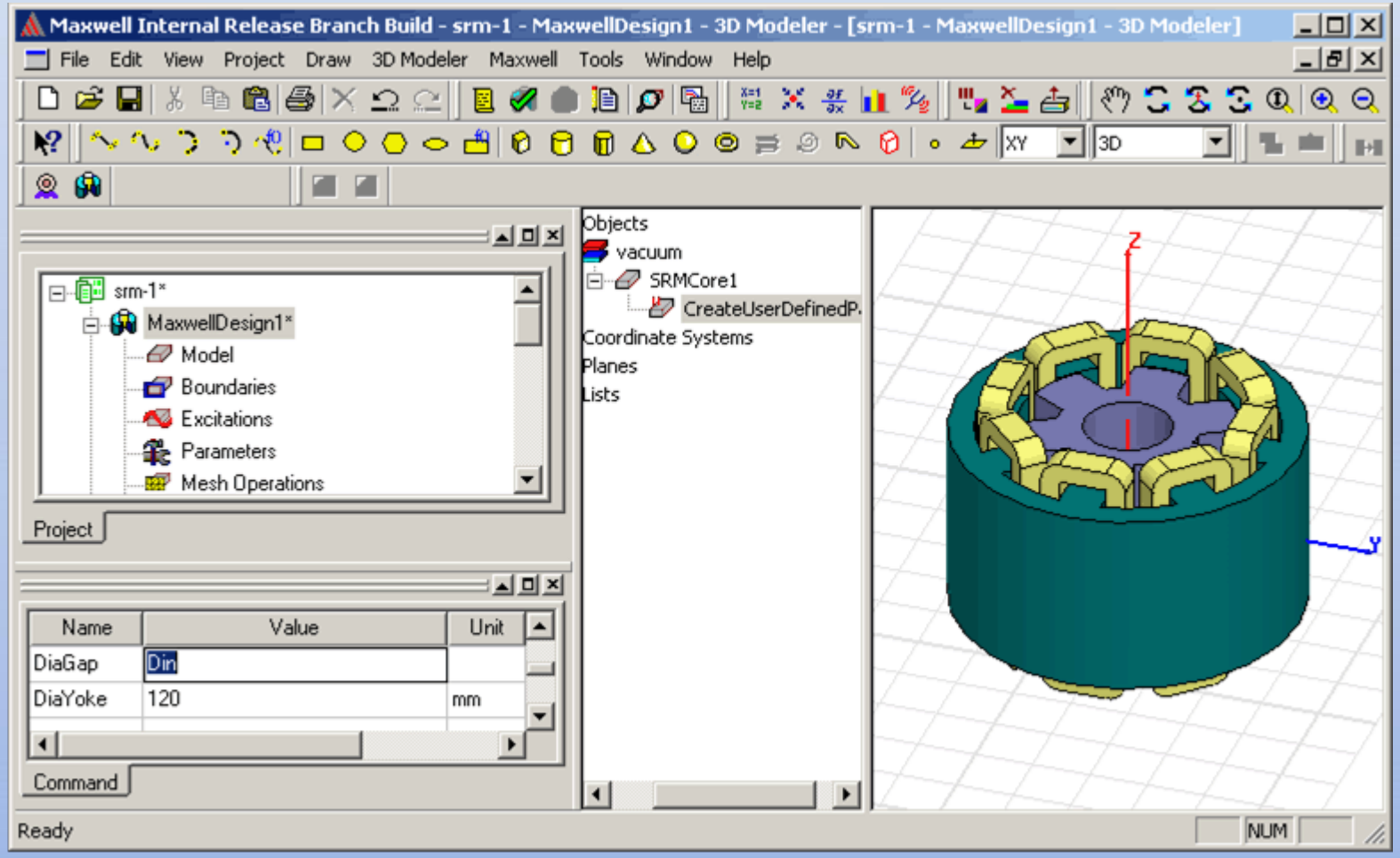
Etat de l'art

SPEED software (MCL)



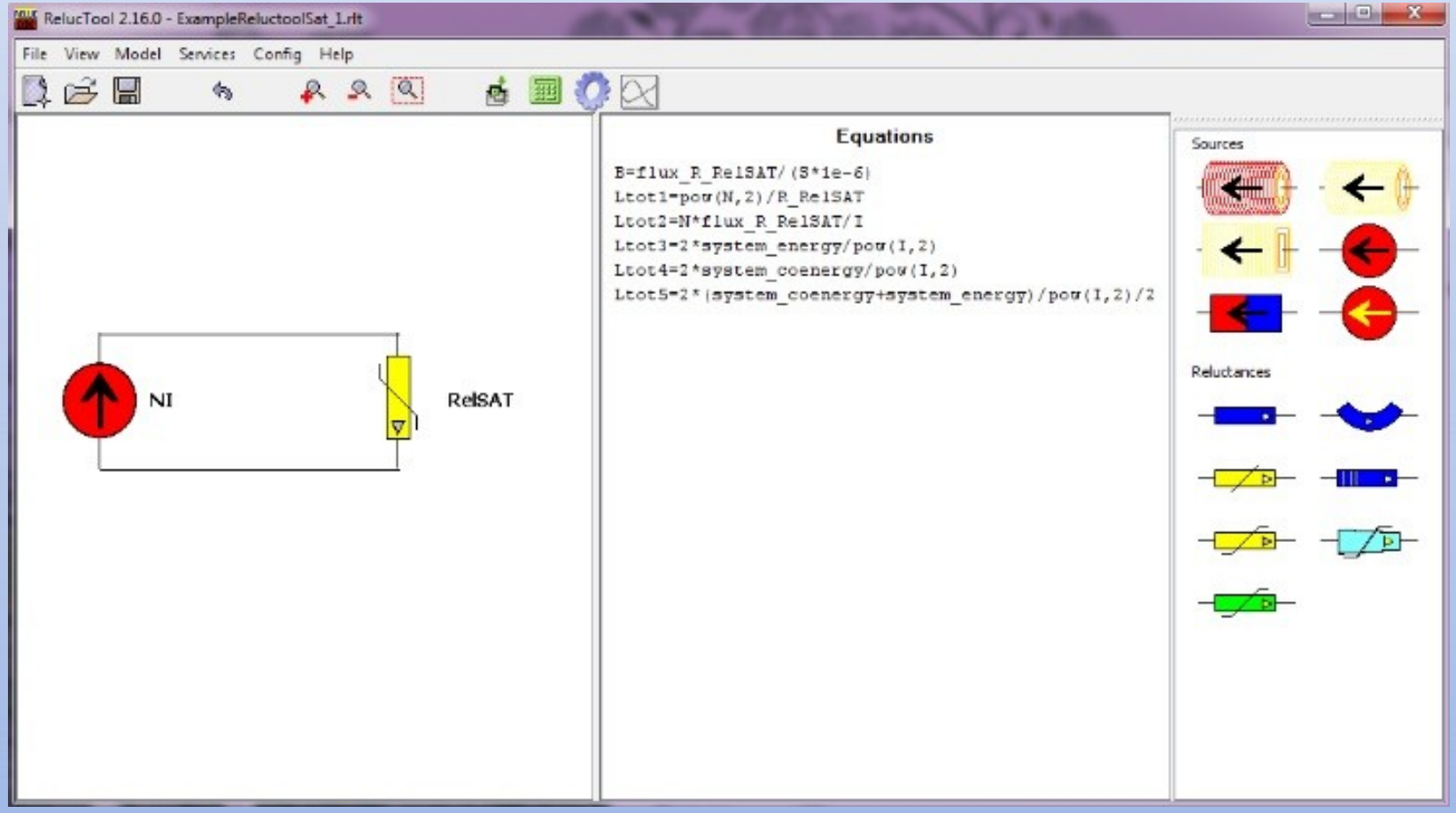
Etat de l'art

ANSYS RMxprt (MCL)



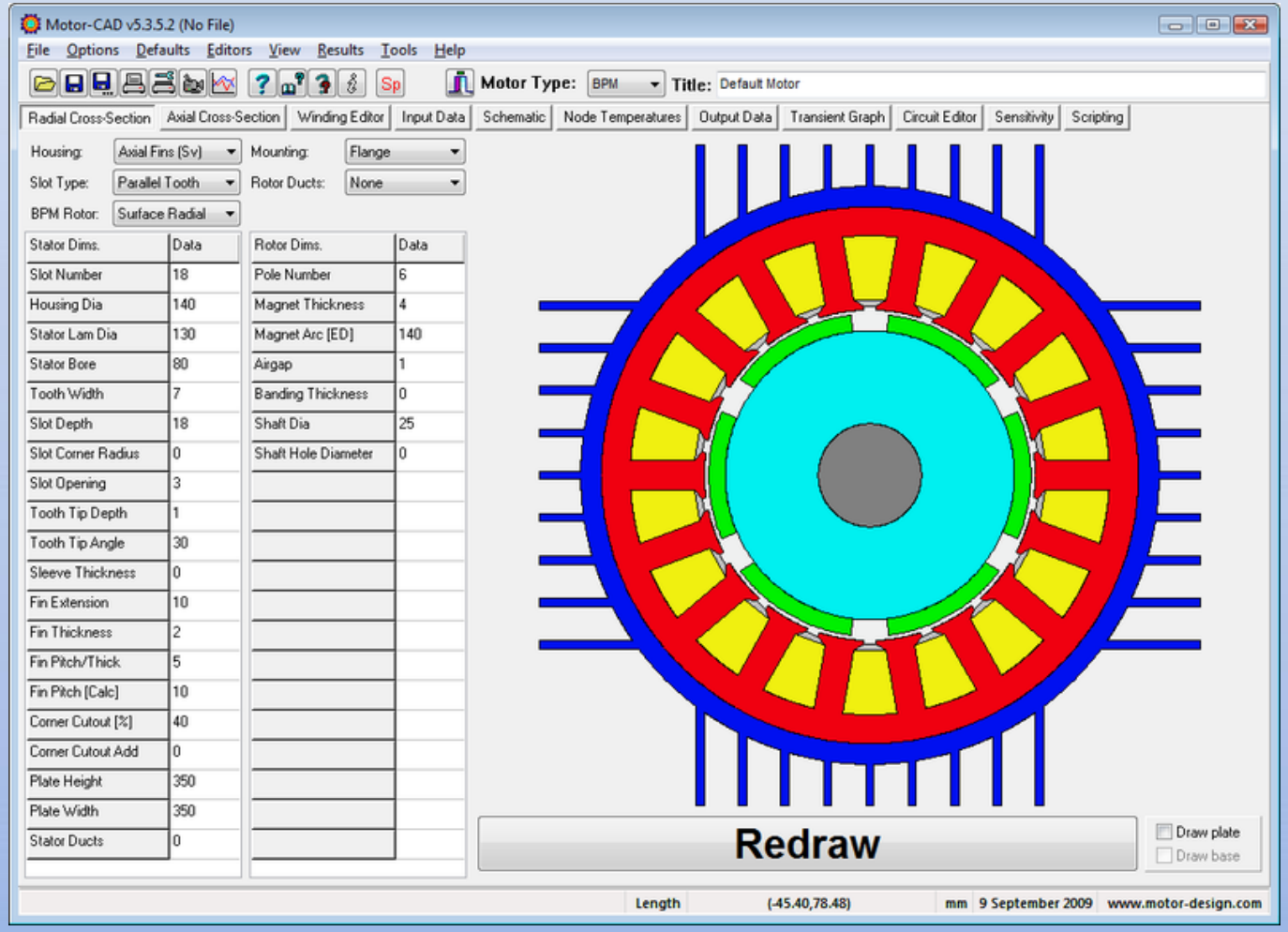
Etat de l'art

ReluctTool (MCL)



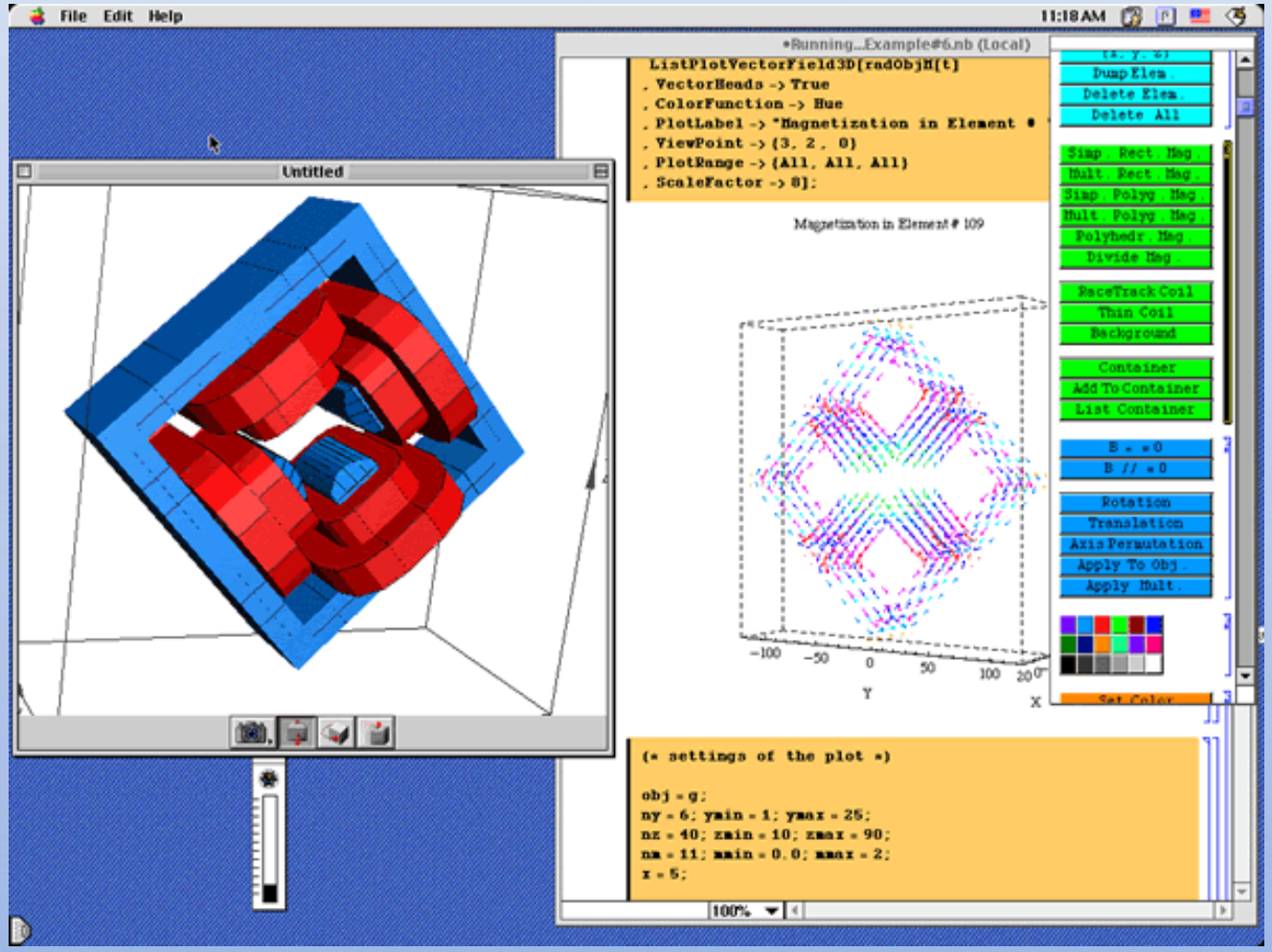
Etat de l'art

Motor-CAD (MCL)



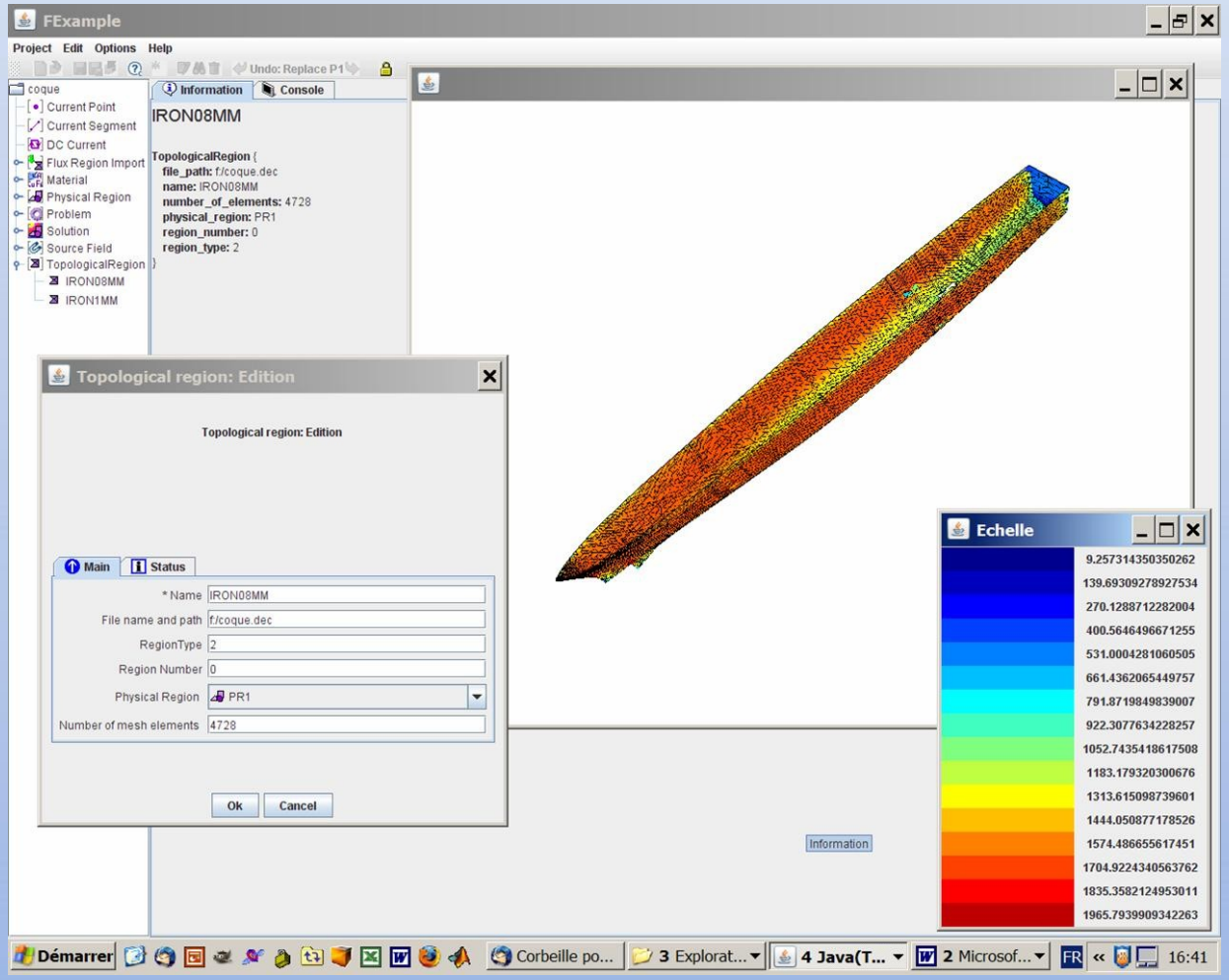
Etat de l'art

Radia (MMM)



Etat de l'art

LOCAPI (MMM)



Ambitions

- ✓ Mise en place d'un code de calcul basé sur des modèles légers pour le dimensionnement de machines et actionneurs électromagnétiques