



UNIVERSITÉ DE NANTES



MODÉLISATION DES MATÉRIAUX COMPOSITES PAR RÉDUCTION D'ORDRE DE MODÈLES

Suyang LOU (suyang.lou@univ-nantes.fr)

Directeur : Didier Trichet

Encadrants: Guillaume Wasselynck, Antoine Pierquin, Nicolas Bracikowski

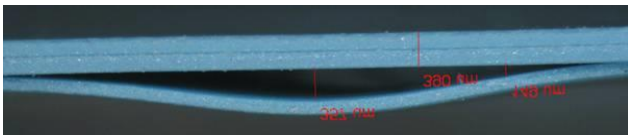
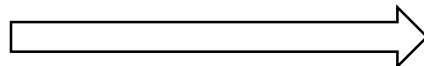
INTRODUCTION

Matériau composite

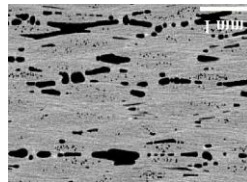
- composé de deux ou plusieurs matériaux aux propriétés différentes
- nombreuses bonnes caractéristiques
- Défaut du matériau

Contrôle Non Destructif (CND)

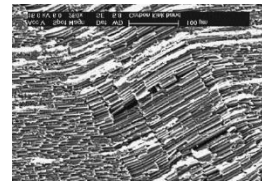
- [CND par thermo-induction](#)



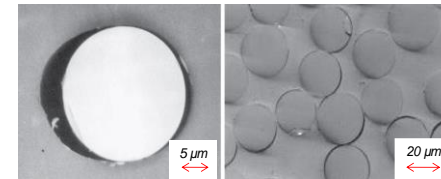
Délaminage



Porosité



Rupture de fibre

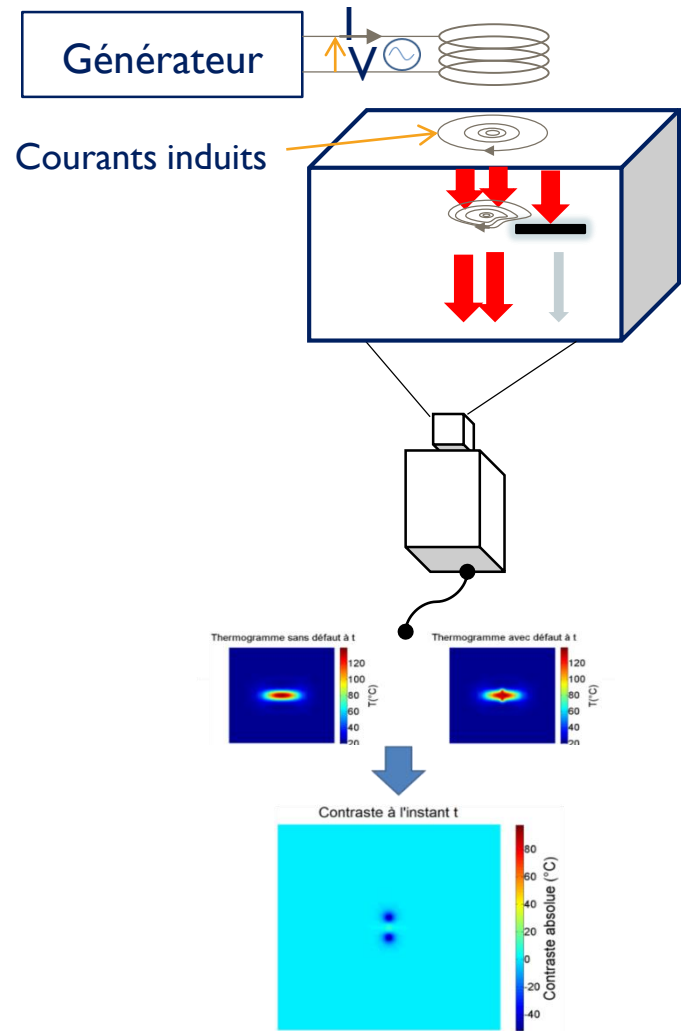


Décohésion fibre/matrice

- Nos travaux: [matériau composite à fibres longues de carbone](#)



CND PAR THERMO-INDUCTION



ÉCHELLES DE MODÉLISATION

Microscopique

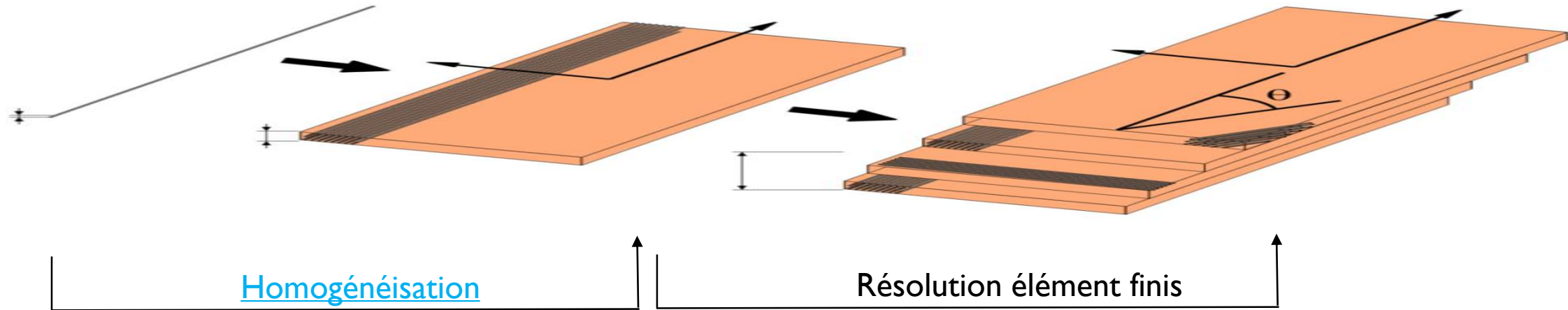
- l'échelle de la matrice et de la fibre
- $10 \mu m$ (diamètre de la fibre)

Mésoscopique

- l'échelle du pli
- $0,1mm$

Macroscopique

- l'échelle de la structure
- Plusieurs mètres

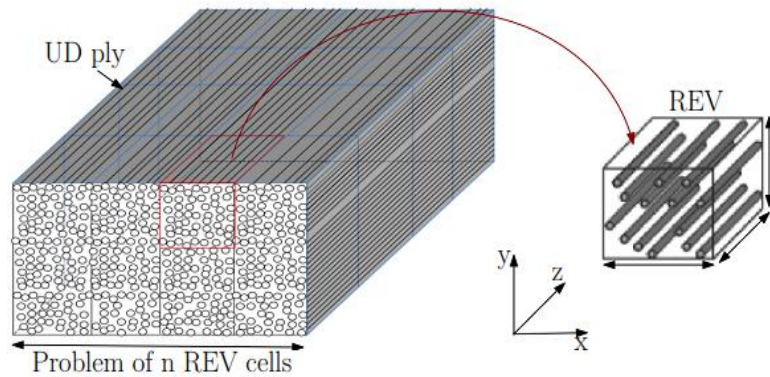


Limite de la méthode

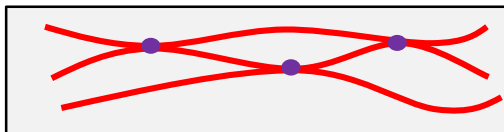
Unidirectionnel: Microscopique \rightarrow Mésoscopique \rightarrow Macroscopique

HOMOGÉNÉISATION

Reproduire numériquement des essais volt-ampèremétriques pour en déduire une conductivité du matériau



fibres



Méthodologie

- Génération d'un volume élémentaire représentatif (VER)
- Identification des contacts entre les fibres
- Modèle résistif par circuit équivalent
- Résolution d'un essai volt-ampèremétrique dans les directions principales
- Déduction d'un tenseur

OBJET

- Utiliser les méthodes de réduction d'ordre de modèle sur les matériaux composites pour passer la simulation de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique:
Microscopique \leftrightarrow Macroscopique

RÉDUCTION D'ORDRE DE MODÈLES

Avantages:

- un gain du temps de calcul
- conserver les informations locales

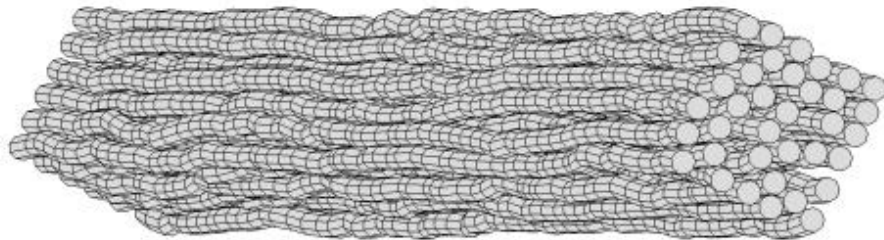
Méthodes:

- Proper Generalized Decomposition (PGD)
- Proper Orthogonal Decomposition (POD)

...

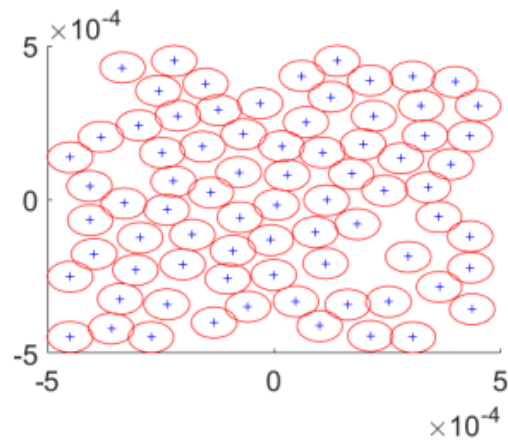
MATÉRIAUX VIRTUELS

Génération numérique d'un matériau ayant des propriétés proches d'un matériau réel pour analyser un comportement ou identifier des paramètres par la simulation



Entrées:

- Taux de remplissage
- Rayons des fibres
- Conductivité des fibres
- ...



MODÈLE

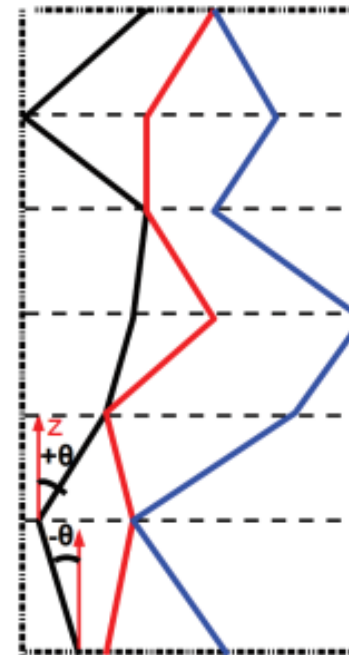
Cas électrique

Modèle: $\text{div}(-\sigma \nabla V) = 0$

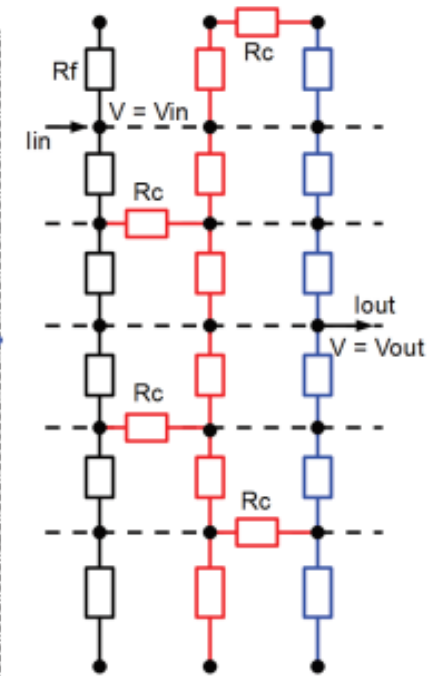
Essai volt-ampèremétrique classique:

Le système global à résoudre est $KV = f$

avec K le matrice de contact, le second membre $f = 0$



(a) Disposition des fibres



(b) Réseau d'impédances

Wasselynck, G. Etude des interactions entre les ondes électromagnétiques de fréquences moyennes et les matériaux composites: application à l'assemblage par induction de ces matériaux

Cas inductif

Modèle: $\text{div}(-\sigma \nabla V - \sigma j\omega \vec{A}) = 0$

L'induction \vec{B} engendre le champs électrique \vec{E} , $\frac{\vec{J}}{\sigma} = -j\omega \vec{A} - \nabla V$

$$\rightarrow I = -\frac{j\omega}{R} \int_l \vec{A} dl + \frac{\Delta V}{R}$$

Essai volt-ampèremétrique inductif :

Soit K le matrice de contact, le second membre $f = \frac{j\omega}{R} \int_l \vec{A} dl$

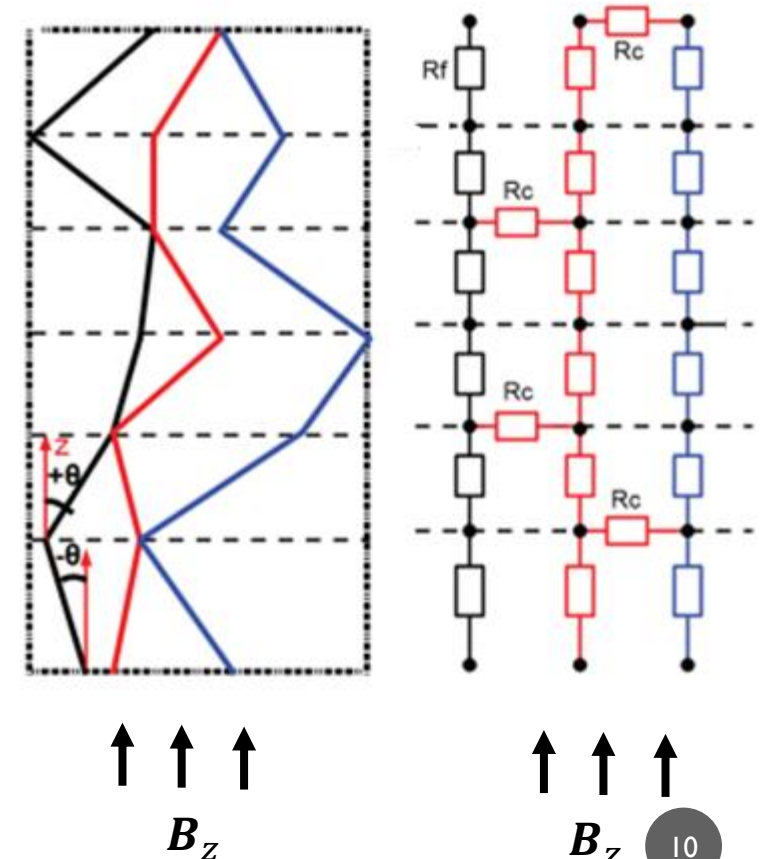
Le système global à résoudre est $Kv = f$

Pour impose d'un champ magnétique B uniforme :

$$A_x = [0; 0; y] \rightarrow B_x$$

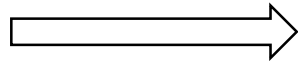
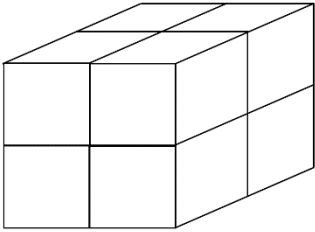
$$A_y = [0; 0; x] \rightarrow B_y$$

$$A_z = [0; x; 0] \rightarrow B_z$$



PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION

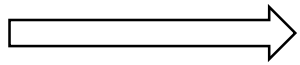
Concaténer 8 cellules comme matériau



Arêtes globaux
Système global : $KV = f$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & & & & \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & & K_{26} & & & \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & & & K_{37} & & \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & & & & & K_{48} \\ K_{51} & & & & K_{55} & K_{56} & K_{57} & K_{58} & \\ & K_{62} & & & K_{65} & K_{66} & K_{67} & K_{68} & \\ & & K_{73} & & K_{75} & K_{76} & K_{77} & K_{78} & \\ & & & K_{84} & K_{85} & K_{86} & K_{87} & K_{88} & \end{bmatrix}}_K$$

Base réduite:



$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_8 \end{bmatrix}$$

Système réduit: $P^t K P V_r = P^t f$
Le potentiel calculé par POD: $V_{POD} = P V_r$

PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION

Pour trouver la base réduite P_n dans chaque cellule:

- essai volt-ampèremétrique classique: V_x, V_y, V_z
- termes de snapshots $[1, V_x, V_y, V_z]$
- On trouve la base réduite P_n par décomposition en valeurs singulières

PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION

L 'erreur relative du potentiel :

$$\frac{\|V_{ref} - V_{POD}\|}{\|V_{ref}\|}$$

L 'erreur relative du courant :

$$\frac{\|I_{ref} - I_{POD}\|}{\|I_{ref}\|}$$

Erreur relative du potentiel:

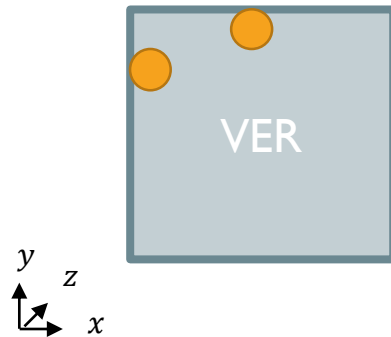
- V_x : 5,83%
- V_y : 3,65%
- V_z : $5,34e - 7\%$

Erreur relative du courant:

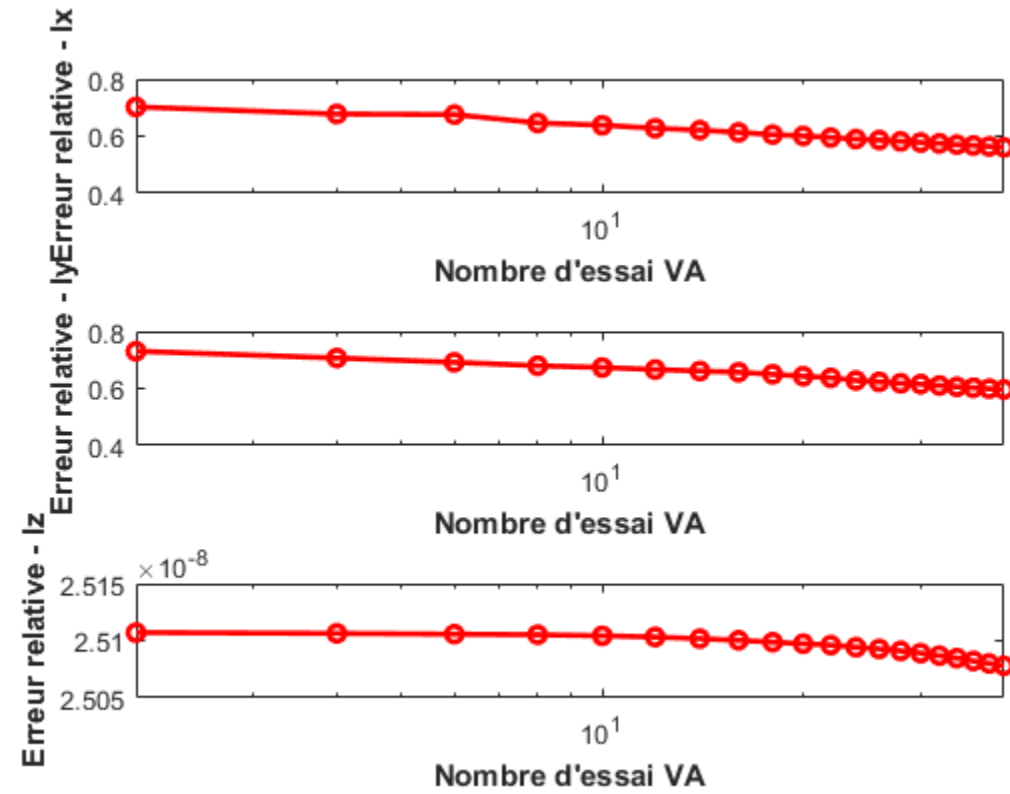
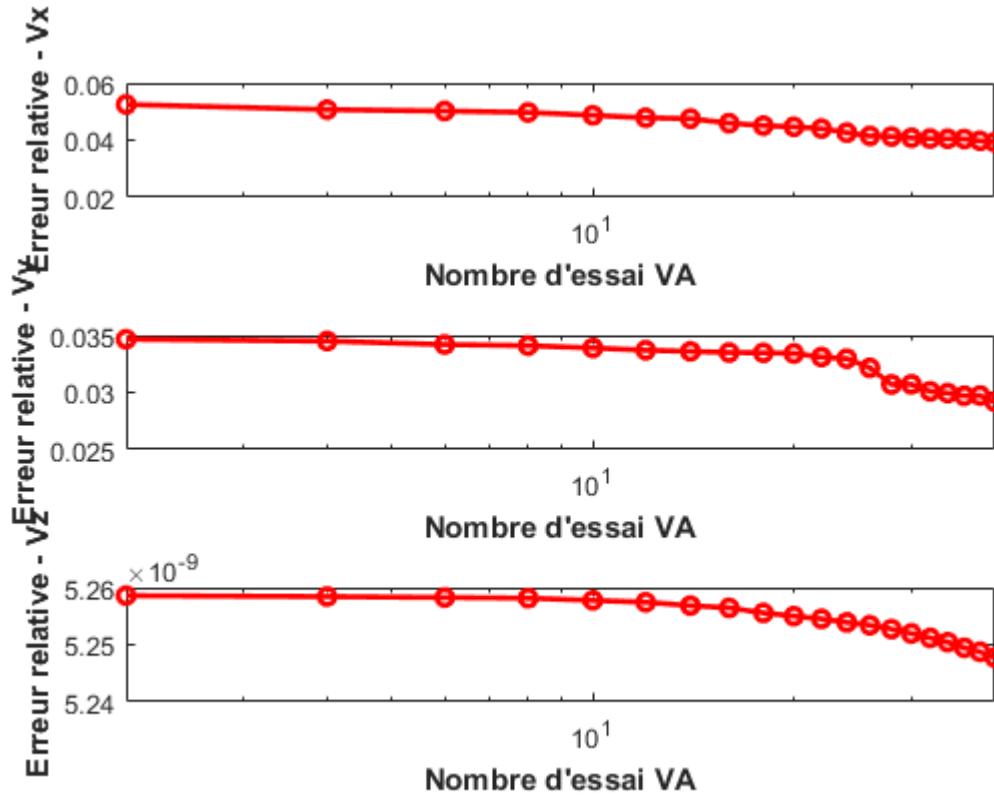
- I_x : 74,73%
- I_y : 76,12%
- I_z : $2,52 e - 6\%$

PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION

- Pour améliorer les résultats, on ajoute des termes d'enrichissement au terme de snapshots. On choisit un point sur la surface d'entrée et un point sur la surface de sortie et impose le potentiel et répète plusieurs fois pour avoir le terme de snapshots.
- $S = [1; V_x; V_y; V_z; V_{x-y+}; V_{y-z+}; V_{z-y+}; V_{z-x+}]$



PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION

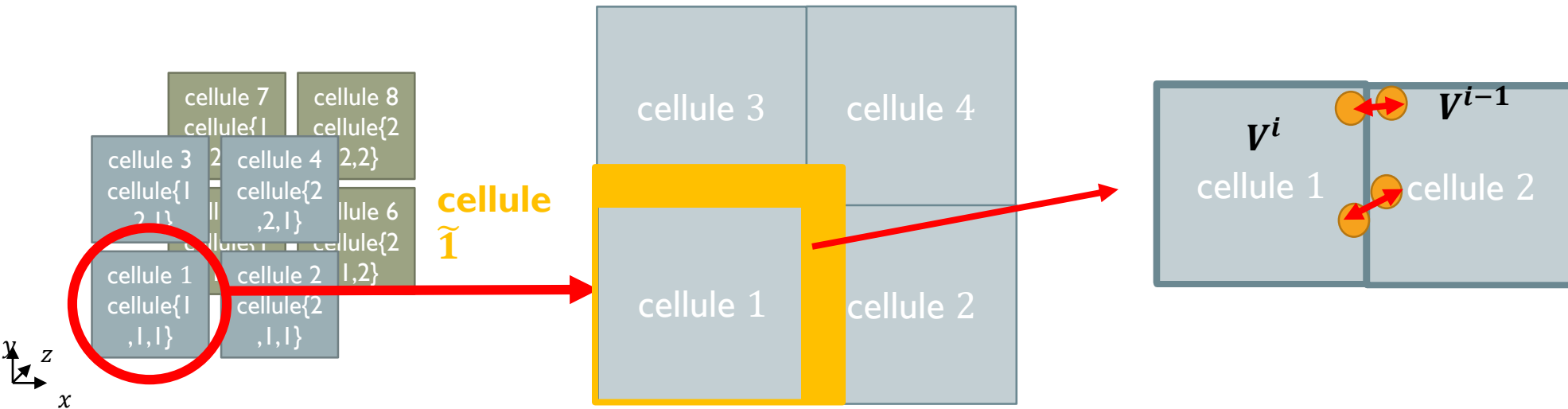


PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION

- L'erreur du courant et de la puissance ne sont pas acceptable.
- POD ne considère pas le courant entre cellules.
- La méthode décomposition de domaine qui considère le courant entre cellule sera appliqué.

DÉCOMPOSITION DE DOMAINE

- Initialisation:
Essai volt-ampèremétrique classique dans chaque cellule $KV = 0$
- Résoudre $\tilde{KV} = 0$, dans chaque cellule et le recouvrement des cellules voisins, le potentiel du recouvrement de la cellule voisin sont imposé par le potentiel résout en itération précédente
- Répéter la deuxième étape jusqu'à la convergence



DÉCOMPOSITION DE DOMAINE AVEC POD

POD résout le système réduit sur le matériau, donc le recouvrement entre cellules augment et donc DD+POD converge plus rapide.

Idées de
Décomposition de
Domaine

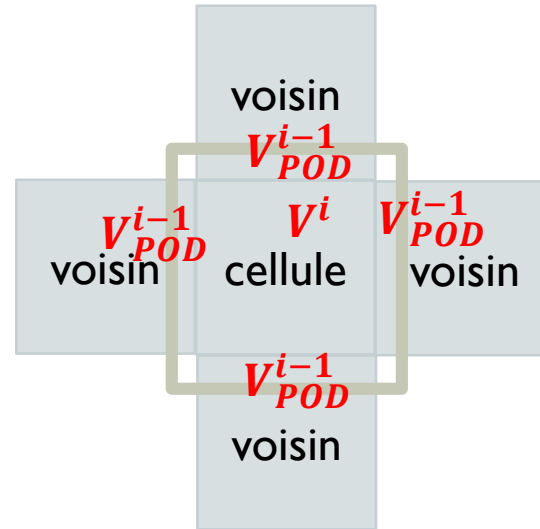
+

Remplace la solution de la
cellule voisin par la
solution POD du matériau



Décomposition
de domaine
avec réduction

DÉCOMPOSITION DE DOMAINE AVEC POD



0. Initialisation de la base réduite $S_j^0 = [1, V_{jx}, V_{jy}, V_{jz}]$ avec V_{jx}, V_{jy}, V_{jz} les solutions d'essai volt-ampèremétrique classique dans chaque cellule $\rightarrow P_j$

1. Concaténer la base réduite et résoudre le système réduite pour le matériau $P'_{con} K P_{con} v_r = 0 \rightarrow v_r$ la solution réduit du matériau

2. Résoudre dans chaque cellule et le recouvrement des cellules voisins $\tilde{K}V = 0$, le potentiel du recouvrement de la cellule voisin sont imposé par le potentiel résout par POD en itération précédente

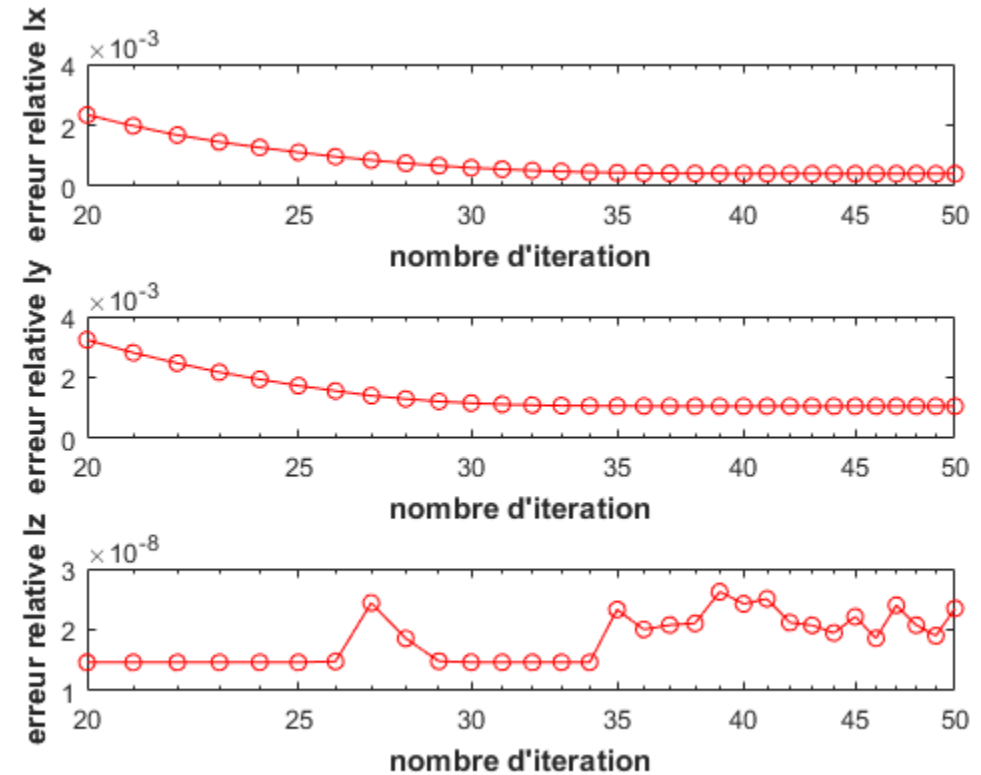
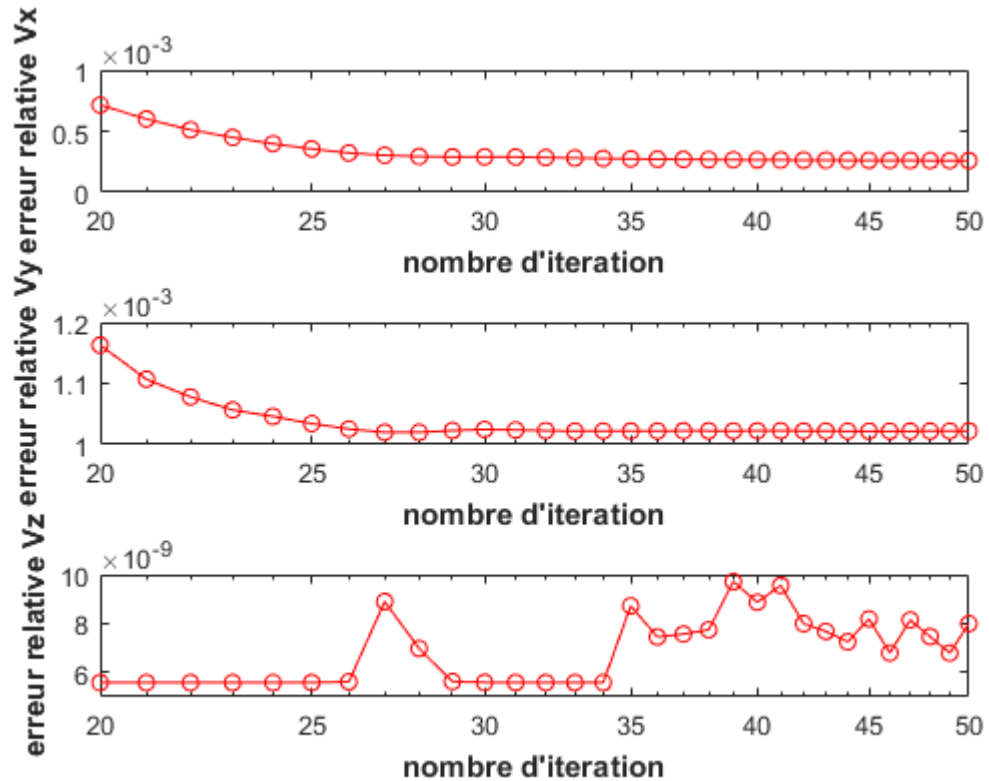
3. Calculer le terme de snapshots de la cellule

$$S^{i+1}.x = [S^i.x, V^{i+1}.x], S^{i+1}.y = [S^i.y, V^{i+1}.y], S^{i+1}.z = [S^i.z, V^{i+1}.z] \Rightarrow P_1.x, P_2.x, P_3.x, \dots \Rightarrow P_{con}.x, P_{con}.y, P_{con}.z$$

Répète (1) - (3)

DÉCOMPOSITION DE DOMAINE AVEC POD

Erreur relative pour le cas électrique:



- $V_x: 2,58e - 2\%$
- $V_y: 0,1\%$
- $V_z: 0$

- $I_x: 4,07e - 2\%$
- $I_y: 0,11\%$
- $I_z: 0$

DÉCOMPOSITION DE DOMAINE AVEC POD

Pour simuler un dispositif de CND par Thermo-induction, on impose le champs magnétique à la cellule :

0. Initialisation de la base réduite $S_j^0 = [1, V_{jx}, V_{jy}, V_{jz}]$ avec V_{jx}, V_{jy}, V_{jz} les solutions d'essai volt-ampèremétrique classique dans chaque cellule $\rightarrow P_j$

1. Concaténer la base réduite et résoudre le système réduite pour le matériau $P'_{con} K P_{con} v_r = P'_{con} f \rightarrow v_r$

2. Résoudre dans chaque cellule et le recouvrement des cellules voisins $\tilde{K}V = f$, avec le potentiel du recouvrement de la cellule voisin imposé par le potentiel résout par POD en itération précédente

3. Calculer le terme de snapshots de la cellule

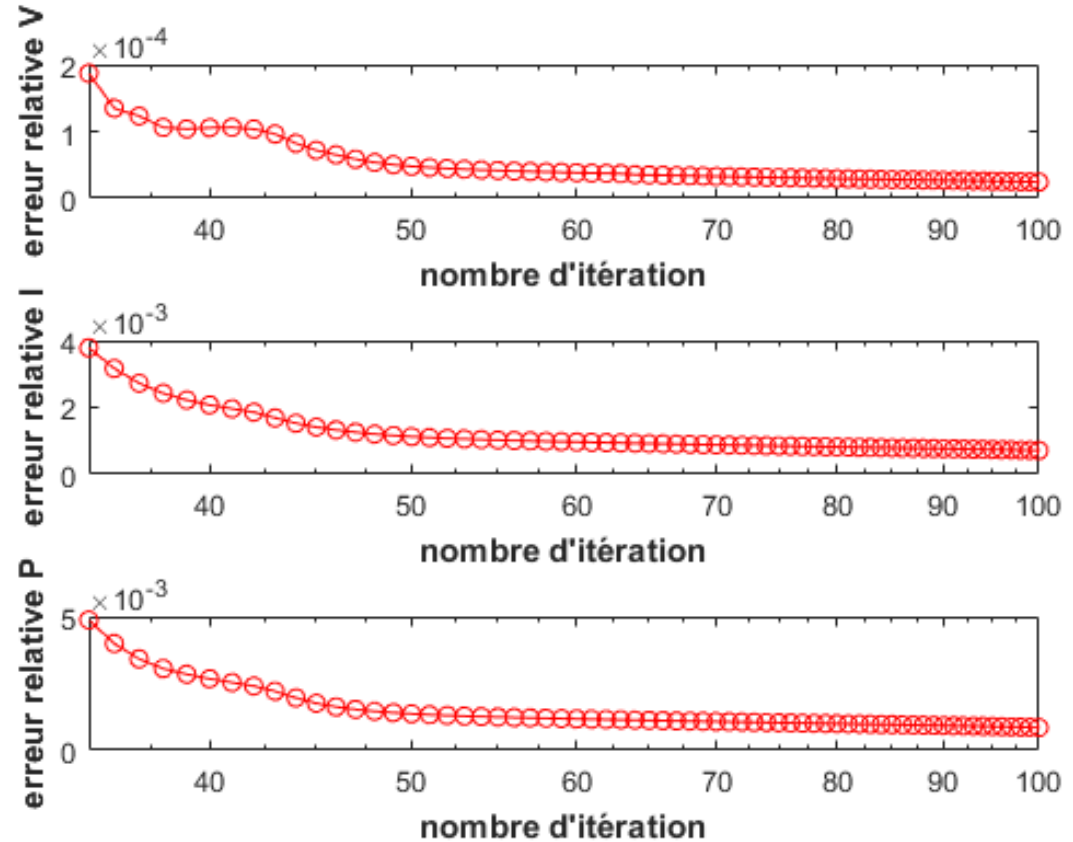
$$S^{i+1} = [S^i, V^{i+1}] \rightarrow P_1, P_2, P_3, \dots \rightarrow P_{con}$$

Répète (1) - (3)

DÉCOMPOSITION DE DOMAINE AVEC POD

Le cas inductif avec champs B_z imposé:

- L'erreur relative du potentiel converge vers $2,7e - 3 \%$
- L'erreur relative du courant converge vers $7,6e - 2 \%$
- L'erreur relative de la puissance converge vers $9,5e - 2 \%$



CONCLUSION ET PERSPECTIVE

- Pour le matériau concaténé par 8 cellules, la méthode décomposition de domaine avec POD est efficace.
- Dans la future, pour traiter le matériau concaténé par nombreuse de cellules, le DD avec réduction + calcul parallèle sera appliqué.